

Evaluation des modèles de turbulence $k-\omega$ pour l'étude de la convection naturelle dans les enceintes allongées

LAHCEN EL MOUTAOUAKIL,

Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences Semlalia, LMFE (CNRST-URAC 27), B.P. 2390, Marrakech, Maroc.

ZAKI ZRIKEM*

Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences Semlalia, LMFE (CNRST-URAC 27), B.P. 2390, Marrakech, Maroc.

ABDELHALIM ABDELBAKI

Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences Semlalia, LMFE (CNRST-URAC 27), B.P. 2390, Marrakech, Maroc.

**Auteur correspondant: zrikem@uca.ma*

Abstract

This work concerns the turbulent natural convection in vertical cavities with a high aspect ratio, filled with air and differentially heated. The objective is to evaluate the performance of the $k-\omega$ turbulence models in terms of accuracy of the results and computing time. For this purpose, six turbulence models were first implemented in a computer code using the finite volume method. The experimental results obtained on a cavity with $A = 28.68$, were taken as a reference to evaluate the performance of different models. Comparison of dynamic and thermal fields predicted by the models with those of experience, shows that the $k-\omega$ SST model is the most accurate in its class. Its computing time is about two times higher than $q-\omega$ model, which remains a good compromise, especially that its thermal predictions are quite accurate. Concerning the convective heat transfer, these both models give the average Nusselt numbers which are closest to those of the experiment. The other models tested ($k-\omega$ standard, $k-\omega$ low Reynolds number, P_g, BLL) have a high computing time and/or predictions that are not sufficiently precise.

Résumé

Ce travail concerne la convection naturelle turbulente dans les cavités verticales ayant un rapport de forme élevé, remplies d'air et différenciellement chauffées. L'objectif est d'évaluer les performances des modèles de turbulence de la famille $k-\omega$ en termes de précision des résultats et du temps de calcul. A cet effet, six modèles de turbulence ont été tout d'abord implémentés dans un code de calcul local utilisant la méthode des volumes finis. Les résultats expérimentaux obtenus sur une cavité de rapport de forme $A = 28.68$, ont été pris comme référence pour évaluer les performances des différents modèles. La comparaison des champs dynamiques et thermiques déterminés par les modèles avec ceux de l'expérience, montre que le modèle $k-\omega$ SST est le plus précis de sa catégorie. Son temps de calcul est environ deux fois plus élevé que celui du modèle $q-\omega$, qui reste un bon compromis, surtout que ses prédictions thermiques sont assez précises. Concernant les transferts convectifs, ces deux modèles donnent les nombres de Nusselt moyens les plus proches de ceux de l'expérience. Les autres modèles testés ($k-\omega$ standard, $k-\omega$ à bas nombre de Reynolds, P_g, BLL) ont des prédictions ayant une précision moyenne à faible et/ou un temps de calcul nettement supérieur à celui du modèle $q-\omega$.

NOMENCLATURE

<i>g</i>	accélération de la pesanteur
<i>G_k</i>	production de la turbulence
<i>H</i>	hauteur de la cavité
<i>k</i>	énergie cinétique turbulente
<i>L</i>	épaisseur de la cavité
<i>P</i>	pression
<i>t</i>	fluctuation de la température
<i>T</i>	température
<i>u</i>	fluctuation de la vitesse
<i>U</i>	vitesse moyenne
<i>V</i>	vitesse verticale moyenne
<i>x</i>	coordonnée horizontale
<i>y</i>	coordonnée verticale

Grandeurs adimensionnelles

<i>A</i>	rapport de forme, H/L
<i>Nu</i>	nombre de Nusselt moyen
<i>Nu_{loc}</i>	nombre de Nusselt local
<i>Pr</i>	nombre de Prandtl, ν/α
<i>Pr_t</i>	nombre de Prandtl turbulent
<i>Ra</i>	nombre de Rayleigh, $g\beta_0\Delta TL^3/\nu\alpha$
<i>X</i>	cordonnée horizontale, $X = x/L$
<i>Y</i>	cordonnée verticale, $Y=y/L$
<i>Y*</i>	hauteur, $Y = y/H$

Symboles grecs

α	diffusivité thermique
β_0	coefficient d'expansion thermique
δ	opérateur Kronecker
ΔT	différence de température
ε	taux de dissipation de <i>k</i>
θ	température, $(T - T_c)/(T_h - T_c)$
ρ	densité volumique
τ	temps
ν	viscosité cinématique
ν_t	viscosité cinématique turbulente
ω	taux de dissipation spécifique de <i>k</i>

Indices

<i>c</i>	froide
<i>exp</i>	experimental
<i>h</i>	chaude
<i>i</i>	direction

1. INTRODUCTION

Les cavités verticales différentiellement chauffées ayant un rapport de forme élevé sont rencontrées dans plusieurs domaines d'application (capteurs solaires, double vitrage, refroidissement des équipements électroniques, ...). A cause des dimensions de la cavité et de la différence de température entre les parois verticales actives, l'écoulement de convection naturelle est souvent turbulent. Dans ces conditions, l'utilisation des méthodes DNS (Direct Numerical Simulation) et LES (Large Eddy Simulation) nécessite des ressources informatiques et un temps de calcul importants. Pour cela l'approche RANS (Reynolds averaged Navier-Stokes) et plus particulièrement les modèles de turbulence EVM (Eddy-Viscosity Model) sont les plus utilisés pour traiter les problèmes pratiques. Ces modèles basés sur la décomposition des variables en valeurs moyennes et leurs fluctuations et le concept de la viscosité turbulente sont parmi les plus simples à implémenter et les plus économiques numériquement (Zhai et al. [1]).

Les modèles EVM à deux équations de fermeture sont les plus populaires puisqu'ils permettent de réaliser un compromis entre le temps de calcul et la précision des résultats (Zhai et al. [1]). Plusieurs modèles à deux équations de fermeture ont été développés pour améliorer les performances du modèle à haut nombre de Reynolds $k-\varepsilon$ ($k-\varepsilon$ standard). Parmi ces modèles, on peut citer ceux qui sont basés sur l'énergie cinétique turbulente k et son taux de dissipation spécifique ω .

La version standard (Wia) de cette famille de modèles notée $k-\omega$, a été proposée par Wilcox [2] qui a montré que ce modèle se comporte mieux que les modèles $k-\varepsilon$ dans les zones proches des parois sans faire intervenir des termes supplémentaires. Pour traiter la région de transition et assurer un comportement plus adéquat du profil de l'énergie cinétique turbulente à proximité des parois, une version $k-\omega$ à bas nombre de Reynolds (Wib) a été proposée par Wilcox [3]. Un modèle de turbulence Pg similaire à Wib a été développé par Peng et al. [4] où un terme de diffusion croisé a été ajouté dans le terme source de l'équation de transport de ω . Des conditions aux limites plus stables pour ω au niveau des parois ont été proposées par Coakley [5] qui a développé le modèle $q-\omega$.

Afin de profiter des avantages de chacun des modèles $k-\omega$ et $k-\varepsilon$, Menter [6] a proposé un modèle hybride $k-\omega$ SST (Shear Stress Transport) qui utilise le modèle Wia à proximité des parois et le modèle $k-\varepsilon$ en dehors de cette zone. Le basculement d'un modèle à l'autre est contrôlé par une fonction de blindage qui intervient dans un terme croisé ajouté au terme source de ω . Très récemment, Khuwaranyu et al. [7] ont proposé de combiner les deux modèles Wib et $k-\varepsilon$ en un modèle hybride $k-\omega$ BLL. Ceci a été obtenu par des corrections sur les échelles de longueur en incluant un terme supplémentaire dans le modèle Wib.

L'objectif de ce travail est d'évaluer les performances des modèles de turbulence de la famille $k-\omega$ en termes de temps de calcul et de précision des prédictions des champs dynamiques et thermiques dans la cavité. A cet effet, ces modèles ont été tout d'abord implémentés avec succès dans un code de calcul basé sur la méthode des volumes finis (El Moutaouakil [8]). Les résultats expérimentaux de Betts et Bokhari [9] sont pris comme référence pour évaluer les performances des modèles $k-\omega$ (Wia), $k-\omega$ (Wib), $k-\omega$ SST, Pg et BLL.

2. MODELE MATHEMATIQUE

Le domaine physique est une cavité verticale différentiellement chauffée de hauteur H , de largeur L et de rapport de forme $A = H/L$ (Figure 1). Les parois verticales sont maintenues isothermes à des températures T_c et T_h ($T_c < T_h$) alors que celles horizontales sont adiabatiques. Les propriétés physiques de l'air ($Pr = 0.71$) sont évaluées à une température de référence $T_0 = (T_c + T_h)/2$ et l'approximation de Boussinesq a été adoptée.

Les équations moyennées de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie en régime turbulent sont données par :

$$\frac{D\rho}{D\tau} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{DU_i}{D\tau} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u_i u_j} \right] - g_i \beta_0 (T - T_0) \quad (2)$$

$$\frac{DT}{D\tau} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\nu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j} - \overline{u_j t} \right] \quad (3)$$

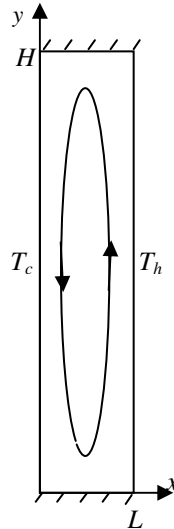


Figure 1. Géométrie de la configuration étudiée

Les tensions de Reynolds $\overline{u_i u_j}$ et le flux de chaleur turbulent $\overline{u_j t}$ qui apparaissent respectivement dans les équations (2) et (3) sont exprimés en fonction des champs dynamiques et thermiques moyens comme suit :

$$\overline{u_i u_j} = \frac{2}{3} \delta_{ij} k - \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

$$\overline{u_j t} = -\frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (5)$$

Les équations de transport des grandeurs turbulentes sont:

$$\frac{Dk}{Dt} = G_k - \beta^* f_k \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (6)$$

$$\frac{D\omega}{Dt} = \gamma f_\omega G_k \frac{\omega}{k} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + S_w \quad (7)$$

G_k et ν_t désignent respectivement le terme de production de la turbulence par les gradients du champ de vitesse moyen et la viscosité turbulente. Ils s'expriment pour tous les modèles à l'exception de SST comme suit:

$$G_k = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (8)$$

$$\nu_t = f_\mu \frac{k}{\omega} \quad (9)$$

Le modèle SST, apporte des modifications à ces deux derniers termes:

$$\overline{G}_k = \min(G_k, 10\beta^* k\omega) \quad (10)$$

$$\nu_t = \frac{k}{\omega} \frac{1}{\max\left(\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{a_1 \omega}\right)} \quad (11)$$

Avec :

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, S_{ij} = 0.5 \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), F_2 = \tanh(\Phi_2^2), \Phi_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega}\right),$$

$$a_1 = 0.31 \text{ et } \alpha^* = 1.0 \quad (12)$$

y étant la distance à la paroi.

Les expressions des termes d'amortissement f_k , f_ω et f_μ sont regroupés dans le tableau 1.

Tableau 1. Expressions des termes f_k , f_ω et f_μ .

Wia	$f_k = f_\omega = f_\mu = 1$
Wib	$f_k = \frac{5}{18} + \frac{\left(\frac{R_t}{8}\right)^4}{1 + \left(\frac{R_t}{8}\right)^4}; f_\omega = \frac{0.1 + \frac{R_t}{2.7}}{\left(1 + \frac{R_t}{2.7}\right)f_\mu}; f_\mu = \frac{0.025 + \frac{R_t}{6}}{1 + \frac{R_t}{6}}$
	$f_k = \left[1 - 0.722 \exp\left(-\left(\frac{R_t}{10}\right)^4\right)\right]$
Pg	$f_\omega = 0.756 \left\{1 + 4.3 \exp\left[-\sqrt{\frac{R_t}{10}}\right]\right\}$
	$f_\mu = 0.025 + \left\{0.975 + \exp\left[-\left(\frac{R_t}{10}\right)^{0.75}\right]\right\} \left\{0.975 + \frac{0.001}{R_t} \exp\left[-\left(\frac{R_t}{200}\right)^2\right]\right\}$

R_t est le nombre de Reynolds turbulent, $R_t = k/(\nu\omega)$.

Le terme S_w de l'équation 7 est nul pour les modèles Wia et Wib. Pour les autres modèles il est donné sur le tableau 2.

Les constantes utilisées dans les modèles simples sont: $\beta = 3/40, \gamma = 5/9, \beta^* = 0.09$

Par contre pour les modèles hybrides, elles sont calculées à partir de:

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (13)$$

avec pour le modèle SST :

$$\sigma_{k1} = 0.5; \sigma_{\omega1} = 0.5; \beta_1 = 0.075; \gamma_1 = \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega1}\kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}; f_{k1} = f_{\omega1} = 1 \quad (14)$$

$$\sigma_{k2} = 1; \sigma_{\omega2} = 0.856; \beta_2 = 0.0828; \gamma_2 = \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega2}\kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}; f_{k2} = f_{\omega2} = 1 \quad (15)$$

Où la constant de Van Karman $\kappa = 0.41$ et $\beta^* = 0.09$.

Tableau 2. Expressions de S_w

Pg	$S_w = C_w \frac{v_t}{k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$ avec : $C_w = 0.75$
SST	$S_w = 2(1 - F_1) \frac{\sigma_{w2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; F_1 = \tanh(\Phi_1^4);$ $\Phi_1 = \min \left(\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega} \right), \frac{4\rho k}{\sigma_{\omega,2} D_{\omega}^+ y^2} \right)$ $D_{\omega}^+ = \max \left(\frac{2\rho}{\sigma_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right)$
BLL	$S_w = 0.075 \frac{k^{1.5} \omega}{le} \left(\frac{lt}{le} - 1 \right) \frac{lt}{le}; lt = \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega},$ $le = 2.495y; F_1 = \left(1 - \exp - \left[\frac{y^*}{14} \right]^2 \right) \left(1 + \frac{5}{R_t^{0.75}} \exp - \left[\frac{R_t}{200} \right]^2 \right)$ $y^* = \frac{(v\omega k)^{0.25}}{v} y$

Pour le modèle BLL :

$$\sigma_{k1} = 0.5; \sigma_{\omega1} = 0.5; \beta_1 = 0.075; \gamma_1 = 0.56; f_{k1} = \left[0.278 + \left(\frac{R_t}{8} \right)^4 \right] \left[1 + \left(\frac{R_t}{8} \right)^4 \right]^{-1};$$

$$f_{\omega1} = \left[0.1 + \frac{R_t}{2.7} \right] \left[\left(1 + \frac{R_t}{2.7} \right) f_{\mu} \right]^{-1}; f_{\mu} = \left[0.025 + \frac{R_t}{6} \right] \left[1 + \frac{R_t}{6} \right]^{-1} \quad (16)$$

$$\sigma_{k2} = 1; \sigma_{\omega2} = 0.856; \beta_2 = 0.0828; \gamma_2 = 0.44; f_{k2} = f_{\omega2} = f_{\mu2} = 1 \quad (17)$$

Les conditions aux limites pour tous les modèles sont données par :

$$U_i = k = 0 \quad (18)$$

$$\theta(0, Y) = 0 \text{ et } \theta(1, Y) = 1 \quad (19)$$

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0, A} = 0 \quad (20)$$

Pour $y \rightarrow 0$, on a :

$$\omega = 6\nu/\beta y^2 \quad (21)$$

Les transferts de chaleur convectifs adimensionnels (local et global) au niveau de la surface chaude sont respectivement donnés par :

$$Nu_{loc} = \frac{L \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L}}{(T_c - T_f)} = \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=1} \quad \text{et} \quad Nu = \frac{1}{A} \int_0^A Nu_{loc} dY \quad (22)$$

Pour résoudre les équations gouvernantes, nous avons utilisé la méthode des volumes finis élaborée par Patankar [10]. L'étude de l'influence du maillage sur les résultats obtenus par chaque modèle a été réalisée sur une cavité ayant $A = 28.68$ pour un nombre de Rayleigh $Ra = 1.43 \times 10^6$. Suite à ce test, un maillage non uniforme de 50×160 a été adopté. Un écart relatif, entre deux itérations successives de 10^{-4} sur toutes les grandeurs moyennes et turbulentes en chaque nœud du maillage a été trouvé suffisant comme critère de convergence pour tous les modèles. Alors que pour le pas de temps, la valeur de 5×10^{-6} a été retenue pour tous les modèles et ce pour les deux cas traités ($Ra_1 = 0.86 \times 10^6$ et $Ra_2 = 1.43 \times 10^6$).

3. RESULTATS ET DISCUSSION

Pour évaluer les performances des modèles, le travail expérimental de Betts et Bokhari [9] est pris comme référence. Les mesures ont été effectuées sur une cavité verticale de largeur $L = 0.076m$, de hauteur $H = 2.18m$ et de profondeur $W = 0.52m$ ($A = H/L = 28.68$) dont les parois actives ont été maintenues à $T_h = 34.7^\circ C$ et $T_c = 15.1^\circ C$ ($Ra_1 = 0.86 \times 10^6$) ou à $T_h = 54.7^\circ C$ et $T_c = 15.6^\circ C$ ($Ra_2 = 1.43 \times 10^6$). Les parois horizontales sont bien isolées et les surfaces internes de très faibles émissivités.

3.1 Profils de la vitesse verticale

Sur la figure 2(a) sont représentés les profils de vitesse à différentes hauteurs ($Y^* = Y/A = 0.1 - 0.9$) pour $Ra = 1.43 \times 10^6$. La figure montre bien qu'on a deux couches limites le long des parois actives et que la vitesse d'écoulement de l'air diminue en montant ou en descendant respectivement les parois chaude ou froide. En une hauteur donnée de la cavité, dans la région centrale du domaine, un profil de vitesse pratiquement linéaire est enregistré. Globalement, cette figure montre que tous les modèles de turbulence considérés donnent des profils de vitesse d'allures semblables à ceux de l'expérience. Cependant la reproduction des valeurs expérimentales, surtout au voisinage des extrêmes de la vitesse, varie d'un modèle à l'autre selon la section de la cavité et le nombre de Rayleigh considérés. Les écarts relatifs avec l'expérience, sur les vitesses maximales et minimales à différentes hauteurs, ont été pris comme critère pour évaluer l'aptitude d'un modèle à décrire l'écoulement. Ainsi comme montré sur le tableau 3, pour les deux nombres de Rayleigh, les modèles SST et Pg sont les plus précis suivis du modèles Wia. Par contre les modèles $q-\omega$ et BLL ont une précision acceptable alors que celui Wib a de faibles prédictions.

Tableau 3. Précision des modèles $k-\omega$ en termes de profils de vitesse pour $A = 28.68$

Ecart relatif, $D(\%)$	$D < 10\%$	$10\% \leq D < 20\%$	$D \geq 20\%$
$Ra_1 = 0.86 \times 10^6$	SST ; Pg	Wia ; BLL ; $q-\omega$	Wib
$Ra_2 = 1.43 \times 10^6$	Wia ; SST ; Pg ; BLL	$q-\omega$	Wib
Ra_1 & Ra_2	SST ; Pg ; Wia	BLL ; $q-\omega$	Wib

A noter que le modèle Wia donne de meilleures prédictions que le modèle Wib ce qui est confirmé par d'autres auteurs qui ont testé ces deux modèles simultanément (Yudiana [11]). Quant au modèle $q-\omega$, il est moins précis que Wia mais il présente l'avantage de prescrire une condition très stable pour ω

au niveau des parois. Contrairement au modèle Wib, le modèle Pg qui fait partie de la même catégorie $k-\omega$ à bas nombre de Reynolds (LRN), est plus précis grâce au terme de diffusion croisé qui permet un bon comportement du modèle dans les zones séparant les écoulements internes et ceux externes. Les modèles hybrides SST et BLL combinent respectivement les avantages des modèles Wia et Wib dans les zones proches des parois et ceux de $k-\varepsilon$ ailleurs. Le modèle SST utilisant Wia s'est avéré plus précis que BLL et les autres modèles $k-\omega$ considérés.

3.2 Profils de la température

La figure 2(b) représente les distributions de température à différentes hauteurs ($Y^* = 0.1 - 0.9$) pour $Ra=1.43 \times 10^6$. Globalement, tous les modèles reproduisent convenablement les tendances observées expérimentalement. Toutefois, des écarts notables avec l'expérience ont été enregistrés en haut et en bas de la cavité où l'intensité de l'écoulement est importante. Les profils de température sont linéaires au niveau des parois actives où le transfert de chaleur se fait surtout par conduction dans la sous couche visqueuse. Les gradients de température sont importants en haut et en bas de la cavité respectivement sur les parois froide et chaude. Dans la partie centrale de la cavité, les gradients de température sont faibles à cause du mélange turbulent du fluide dans cette zone.

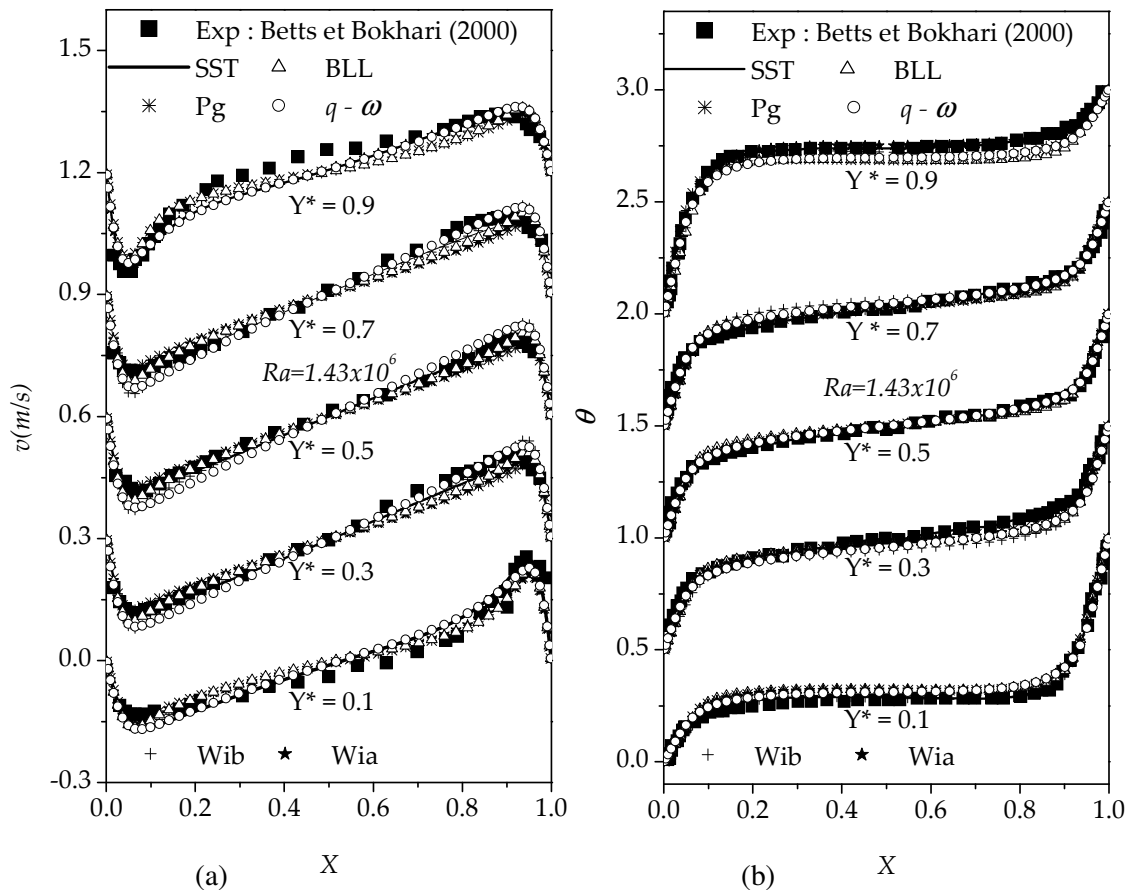


Figure 2. Profils : (a) vitesse verticale, (b) température pour $A = 28.68$

La figure 3(a) représente les variations de la température moyenne d'une section donnée de la cavité en fonction de la hauteur. On peut constater que le fluide est froid en bas et chaud en haut de la cavité alors qu'il est pratiquement à une température homogène au milieu ($Y^*=0.3$ à 0.7). Les variations du nombre de Nusselt local sont portées sur la figure 3(b) pour $Ra=1.43 \times 10^6$. Tous les modèles, donnent des variations d'allures comparables à celles obtenues par l'expérience pour le transfert de chaleur local. Cependant la précision des résultats pour le transfert de chaleur local ou moyen dépend du modèle de turbulence utilisé. A noter que la transition du régime laminaire à la turbulence le long des parois actives s'accompagne par une augmentation brusque de transfert de chaleur local. Pour le maillage utilisé, seul le modèle SST a pu capturer ce phénomène. Les valeurs du nombre de Nusselt moyen obtenues par chaque modèle sont portées avec ceux de l'expérience sur le tableau 4. En tenant compte des résultats pour les deux nombres de Rayleigh, on peut constater que les modèles SST et $q-\omega$ sont les plus précis suivis de Pg et Wia alors que Wib et BLL sont les moins précis.

Tableau 4. Nombres de Nusselt moyens pour $A = 28.68$

	Exp	SST	$q-\omega$	Wia	Pg	BLL	Wib
$Ra_1=0,86 \times 10^6$	5.85	5.53	5.66	5.03	5.13	4.69	4.69
$Ra_2=1,43 \times 10^6$	7.57	6.72	6.62	5.85	6.04	5.47	5.43

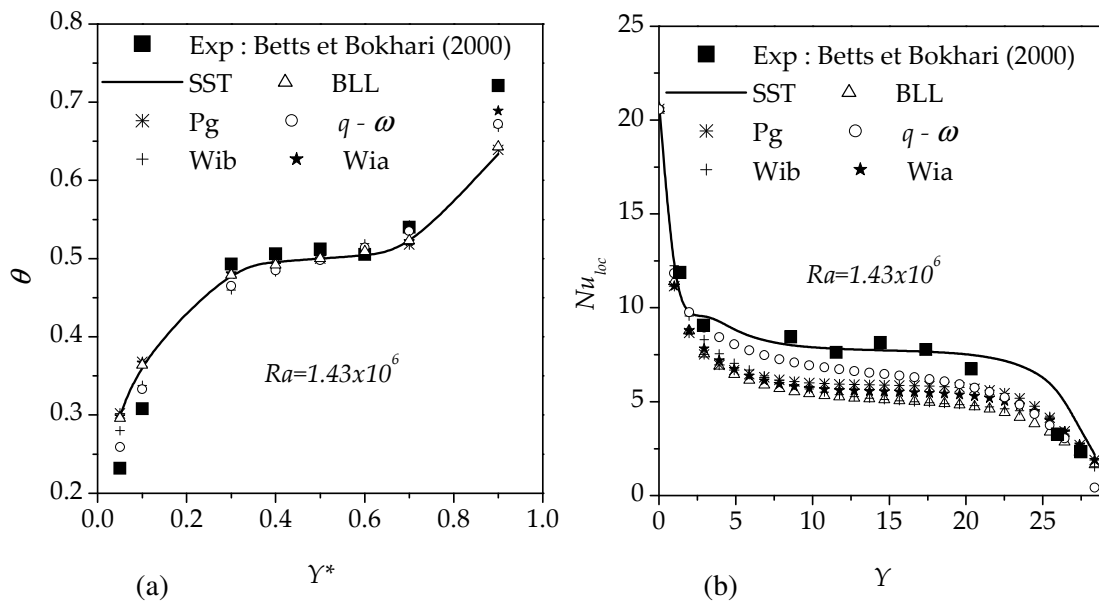


Figure 3. Variations de la température moyenne (a) et du nombre de Nusselt local (b) pour $A = 28.68$

3.3 Temps de calcul CPU

Pour les problèmes pratiques, le temps de calcul est un facteur important dans l'évaluation des performances d'un modèle. Afin de comparer les temps de simulation, on a utilisé pour tous les modèles la même technique numérique, le même maillage, le même pas de temps et le même critère de convergence. Ainsi les différences sur le temps de calcul ne dépendent que de la formulation

mathématique du modèle de turbulence considéré. Toutes les simulations, ont été réalisées sur un ordinateur personnel Core Duo avec 2.0Ghz CPU et 1 Go de mémoire RAM. Pour la cavité verticale différentiellement chauffée de Betts et Bokhari [9], les temps de calcul CPU sont résumés, pour les deux nombres de Rayleigh $Ra_1=0.86 \times 10^6$ et $Ra_2=1.43 \times 10^6$, sur le tableau 5. Le modèle le plus rapide est $q-\omega$. Avec un temps de calcul d'environ 2 à 2.5 fois plus élevé, on trouve les autres modèles. A part le modèles SST qui a de bonnes performances dynamiques et thermiques, les autres modèles ont un temps de calcul élevé et/ou des prédictions peu précises.

Tableau 5. Temps de calcul CPU (min) pour $A = 28.68$

Modèle	$q-\omega$	Pg	SST	Wia	Wib	BLL
$Ra_1=0.86 \times 10^6$	10.2	30.0	22.3	17.3	27.6	20.5
$Ra_2=1.43 \times 10^6$	15.7	38.6	34.1	26.1	38.5	28.1

3.4 Comparaisons avec la méthode DNS pour $A = 16$

Un dernier test sur la précision des modèles EVM considérés dans ce travail est mené en comparant leurs résultats avec ceux trouvés numériquement par Hongxing et Zuojin [12] qui ont utilisé la méthode DNS sur une cavité de $A = 16$. Pour $Ra = 1.6 \times 10^6$, sur les figures 4(a) et (b) sont comparés les profils de vitesse v/v_0 et de température θ (voir définitions sur [12]) à mi-hauteur de la cavité $Y^* = 0.5$. Tout d'abord, on peut constater sur ces figures qu'en passant de $Ra = 1.43 \times 10^6$ à 1.6×10^6 et de $A = 28.68$ à 16, les allures des profils enregistrés à mi-hauteur de la cavité ne subissent pas de changements appréciables. Concernant la précision, on peut constater que globalement les modèles testés reproduisent assez correctement les profils trouvés par la méthode DNS, surtout celui de la température.

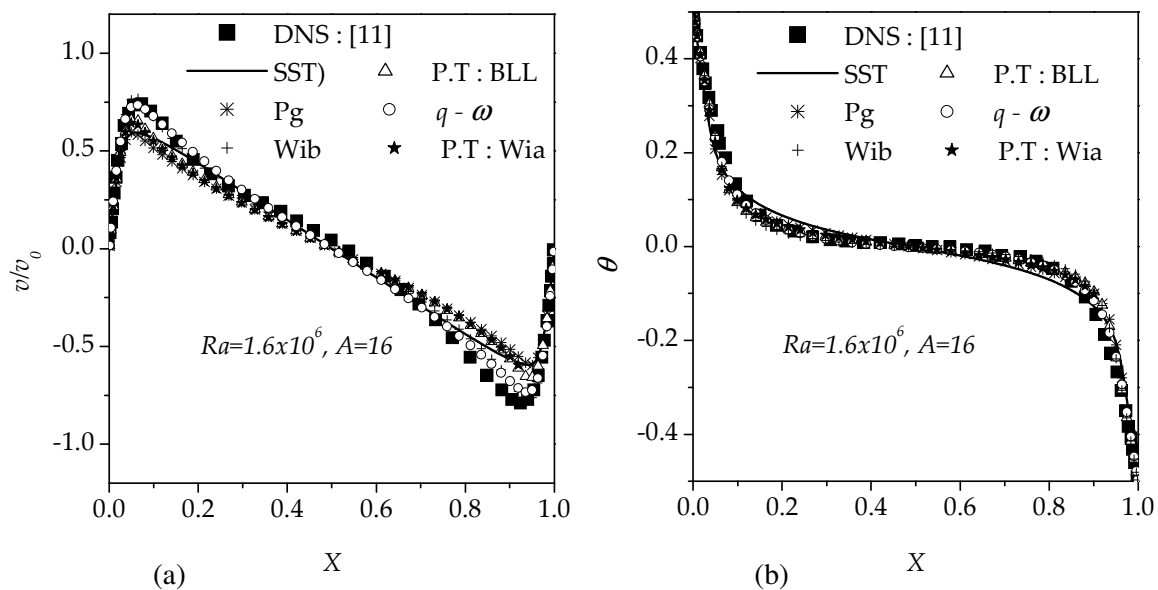


Figure 4. Profils de vitesse (a) et température (b) à mi-hauteur de la cavité pour $A = 16$

4. CONCLUSION

Ce travail a été consacré à l'évaluation des performances des modèles de turbulence $k-\omega$ pour l'étude de la convection naturelle dans les cavités verticales à grands rapports de forme. En comparant les champs thermiques et dynamiques obtenus avec ceux de l'expérience de Betts et Bokhari [9], on a trouvé que le modèle SST est relativement le plus performant avec un temps de calcul raisonnable. Cependant, si on tient compte de la rapidité, le modèle $q-\omega$ reste un bon compromis, surtout que ses prédictions thermiques sont assez précises. Les autres modèles testés (Wia, Wib, Pg, BLL) ont des prédictions avec une précision moyenne à faible et/ou un temps de calcul nettement plus élevé que celui du modèle $q-\omega$.

5. REFERENCES

1. Zhai Z., Zhang Z., Zhang W. & Chen Q., Evaluation of various turbulence models in predicting airflow and turbulence in enclosed environments by CFD: Part-1: summary of present turbulence models. *HVAC&R Res* **13**(2007) 853-870.
2. Wilcox D.C., Reassessment of the scale determining equation for advanced turbulence models, *AIAA J.* **26** (1988) 1299-1310.
3. Wilcox D.C., Progress in hypersonic turbulence modeling, *AIAA Paper* 91-1785 (1991).
4. Peng S.H., Davidson L. & Holmberg S., A modified low-Reynolds-number $k-\omega$ model for recirculating flows, *ASME J. of Fluid Engineering* **119** (1997) 867-875.
5. Coakley T. J., Turbulence Modeling Methods for the Compressible Navier- Stokes Equations, *AIAA Paper* 83-1693 (1983).
6. Menter F.R., Two-equation eddy viscosity turbulence models for engineering applications, *AIAA J.* **38**(8) (1994) 1598-1605.
7. Khuwaranyu K. & Putivisutisak S., Combined low-Reynold-number $k-\omega$ model with length scale correction term for recirculating flows, *J. of Engineering and technology Research*, **1**(8) (2009) 171-180.
8. El Moutaouakil L., Convection naturelle laminaire et turbulente dans les cavités verticales allongées du bâtiment, *Master, Université Cadi Ayyad, FSSM, Marrakech* (2012).
9. Betts P.L. & Bokhari I.H., Experiments of turbulent natural convection in an enclosed tall cavity, *Int. J. Heat and Fluid Flow* **21** (2000) 675-683.
10. Patankar, S.V., *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere, New York (1980).
11. Yudiana I., Etude des modèles à bas nombre de Reynolds pour la simulation numérique des écoulements turbulents compressibles de proche paroi avec et sans interaction de choc, *Thèse de doctorat, Ecole Centrale, Lyon* (1996).
12. Hongxing Y. & Zuojin Z., Numerical study of three-dimensional turbulent natural convection in a differentially heated air-filled tall cavity, *International Communications in Heat and Mass Transfer* **35** (2008) 606-612.