

# **Analyse des tolérances géométriques par la méthode des domaines**

MOUHSSINE CHAHBOUNI\*

Ecole Supérieure de Technologie de Fès, Route d'Immouzer BP 2427, 30000, Fès, Maroc

SAID BOUTAHARI

Ecole Supérieure de Technologie de Fès, Route d'Immouzer BP 2427, 30000, Fès, Maroc

DRISS AMEGOUZ

Ecole Supérieure de Technologie de Fès, Route d'Immouzer BP 2427, 30000, Fès, Maroc

*\*Auteur correspondant : mouhssine.chahbouni@usmba.ac.ma*

## **Abstract**

The tolerance analysis is an important step in the design of a mechanism. It involves the calculation of cumulative tolerances. The tolerance analysis must be integrated into the design of an assembly, to ensure compliance with the functional requirements and avoid excessive manufacturing costs. We propose in this paper a method for analyzing positional tolerances based on the domain model. A model for calculating accumulated tolerances is developed. This model is validated on a real example of a mechanism.

## **Résumé**

L'analyse des tolérances est une étape importante dans la conception d'un mécanisme. Elle consiste au calcul des tolérances cumulées. L'analyse des tolérances doit être intégrée dans la conception d'un assemblage, pour s'assurer du respect des conditions fonctionnelles et éviter des coûts de fabrication excessifs. Nous proposons, dans cette communication, une méthode d'analyse des tolérances de position se basant sur le modèle des domaines. Un modèle de calcul des tolérances cumulées est développé. Ce modèle est validé sur un exemple de mécanisme réel.

## **1. INTRODUCTION**

L'analyse des tolérances est un processus d'estimation de la propagation des tolérances de fabrication dans un mécanisme. Du fait des variations dimensionnelles et géométriques inhérentes à la fabrication, une analyse préalable des tolérances s'avère indispensable pour estimer l'accumulation des tolérances et éviter ainsi les défaillances dues à la propagation des tolérances et la non faisabilité des assemblages.

On traitera dans cette communication, une méthode d'analyse des tolérances géométriques se basant sur la méthode des domaines.

## **2. METHODES DE MODELISATION DE LA GEOMETRIE REELLE**

Plusieurs modèles mathématiques sont développés pour modéliser la géométrie réelle et les zones de tolérances. Requicha [1] a développé un modèle variationnel dans lequel une pièce est représentée par une famille de solides fonctionnels. Ces solides sont construits par décalage des surfaces nominales de la pièce étudiée. Le modèle vectoriel initié par Wirtz [2] est basé sur le principe de l'élément de substitution. Un élément de substitution est une caractéristique géométrique idéale, obtenu à partir de points mesurés sur la surface réelle d'une pièce et dont les caractéristiques sont sa position, son orientation, sa dimension et sa forme. Le tolérancement cinématique fut développé pour effectuer le transfert de cotes et l'analyse de variations géométriques dans le domaine des procédés d'usinage. Ce modèle de tolérancement original proposé par C. Fortin et L. Rivest se base sur l'analogie entre le tolérancement et la robotique et plus précisément entre la zone de tolérance et l'espace de travail d'un robot manipulateur [3].

### 3. METHODE DES DOMAINES

La méthode des domaines permet l'analyse de tolérances géométriques des systèmes mécaniques. Les tolérances dimensionnelles et géométriques des pièces étant fixées, la méthode permet de définir les relations entre tolérances fonctionnelles et tolérances spécifiques à chaque surface de liaison ou fonctionnelle. Cette méthode a été développée et appliquée à des mécanismes avec liaisons en série et en parallèle dans [4].

Cette approche se basant sur les torseurs de petits déplacements permet de spécifier les domaines jeux et les domaines écarts.

#### 3.1. Domaines écarts

Une surface quelconque présente 6 composantes d'écarts: 3 translations et 3 rotations. Ces écarts étant de faibles amplitudes par rapport aux positions relatives des surfaces, il est possible de les caractériser par un torseur de petits déplacements où  $\delta\theta$  est le vecteur rotation et  $\delta(M)$  est le vecteur translation.

$$\begin{Bmatrix} \delta\theta \\ \delta(M) \end{Bmatrix}_M = \begin{pmatrix} t_x & t_y & t_z \\ r_x & r_y & r_z \end{pmatrix} \quad (1)$$

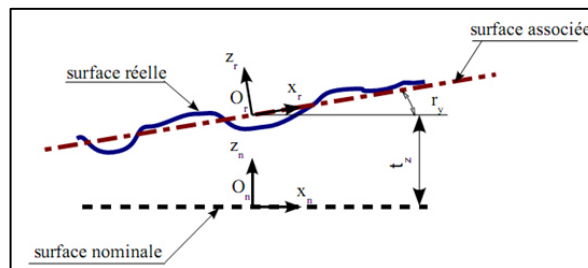
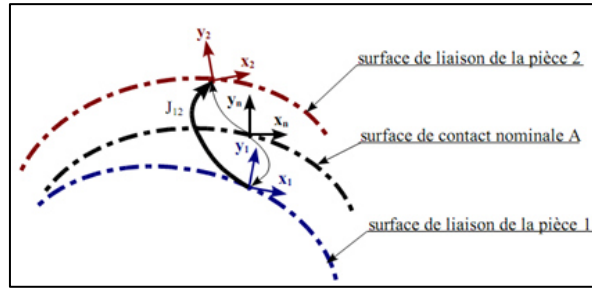


Fig.1 : Ecart d'une surface plane

#### 3.2. Domaines jeux

Soit une liaison entre deux pièces. Cette liaison est réalisée par l'intermédiaire de deux surfaces en contact. Le torseur jeu d'une liaison exprime les degrés de liberté possibles entre les deux pièces grâce au jeu de la liaison. La forme du torseur jeu dépend de la nature des surfaces en contact.



**Fig.2** : Jeu entre deux pièces

Le torseur jeu de cette liaison est noté  $J_{1A2}$  :

$$J_{1A2} = \begin{pmatrix} r_x & t_x \\ r_y & t_y \\ r_z & t_z \end{pmatrix} \quad (2)$$

#### 4. APPLICATION DE LA METHODE DES DOMAINES A UN MECANISME

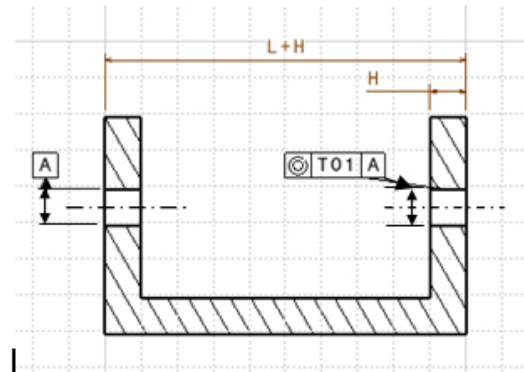
L'objectif de cet exemple est d'appliquer une méthode d'analyse des tolérances géométriques se basant sur la méthode des domaines jeux et écarts à un mécanisme rencontré plus fréquemment en pratique (montage d'un arbre dans un palier).

##### 4.1. Présentation du mécanisme

Pièce 1



Pièce 0



**Fig.3** : Dessins de définition des deux pièces du mécanisme

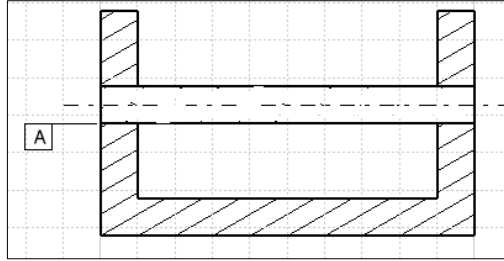


Fig.4 : Assemblage des deux pièces.

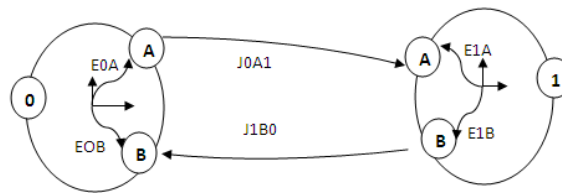


Fig.5 : Graphe de liaison du mécanisme

#### 4.2. Etude des Domaines écarts

La pièce (1) ne possède aucune tolérance géométrique, donc les domaines écarts de cette pièce sont nuls :  $E1A = E1B = 0$

La pièce (0) comporte deux surfaces qui interviennent dans l'assemblage, la surface A et la surface B (se sont des surfaces cylindriques), la surface B possède une tolérance géométrique de coaxialité par rapport à la surface de référence A. Donc le domaine écart de la surface A est nul :  $E0A = 0$ .

L'axe qui passe par les deux trous de la pièce (0) est le suivant :

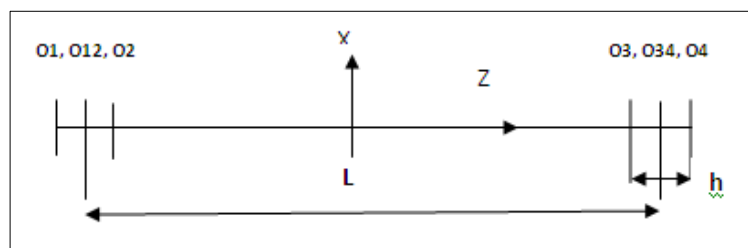


Fig.6 : représentation du repère du mécanisme

La surface B est une surface cylindrique d'axe (OZ), le torseur écart de cette surface est de la forme suivante :

$$\mathbf{E0B} = \begin{Bmatrix} r_x & t_x \\ r_y & t_y \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{Bmatrix}_{(O34, x_B, y_B, z_B)} \quad (3)$$

Pour respecter la tolérance de coaxialité affectée à la surface cylindrique B, il faut que le déplacement des points O3 et O4 suivant les deux axes X et Y ne dépassent pas de l'intervalle de tolérance divisé sur 2 ( $t_{01}/2$ ).

Le domaine écart de cette surface au centre de la liaison pivot glissant est de la forme suivante :

$$(\mathbf{E0B}) \text{ au point } O34 = \begin{cases} -t_{01}/2 \leq t_x + \frac{h}{2} r_y \leq t_{01}/2 \\ -t_{01}/2 \leq t_x - \frac{h}{2} r_y \leq t_{01}/2 \end{cases} \quad (4)$$

La représentation graphique est de la forme suivante :

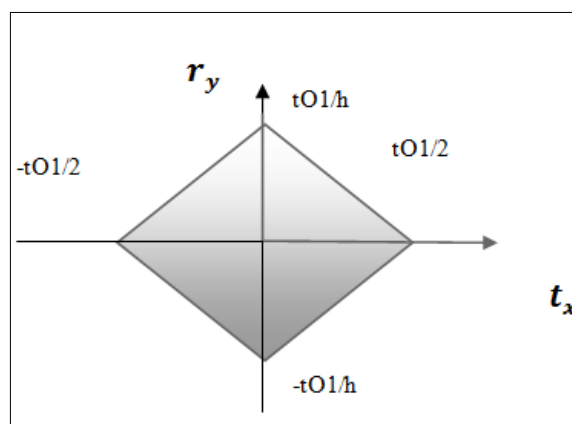


Fig7 : Représentation graphique du domaine écart E0B au centre de la liaison pivot-glissant

Pour analyser la condition fonctionnelle par la suite on doit exprimer tous les domaines jeux et écarts au centre de mécanisme.

Pour cela on doit utiliser la formule du changement de repère suivante

$$\overrightarrow{\delta(M)} = \overrightarrow{\delta(O)} + \overrightarrow{MO} \wedge \overrightarrow{\delta\theta}$$

En utilisant cette formule on trouve les inéquations suivantes :

$$\begin{cases} -t_{01}/2 \leq t_x + \frac{L+h}{2} r_y \leq t_{01}/2 \\ -\frac{t_{01}}{2} \leq t_x + \frac{L-h}{2} r_y \leq t_{01}/2 \end{cases} \quad (5)$$

La représentation graphique est la suivante :

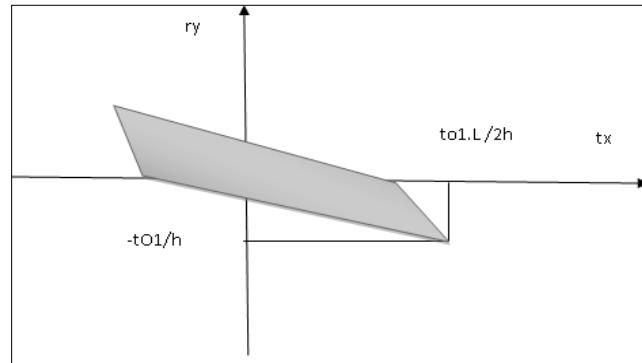


Fig8 : Représentation graphique du domaine écart E0B au centre du mécanisme

#### 4.3. Etude des domaines jeux

Il s'agit de deux liaisons pivot glissant d'axe Z.

Le domaine jeu au centre de la liaison (0-1) au niveau de B est :

$$\begin{cases} -J01/2 \leq t_x + \frac{h}{2}r_y \leq J01/2 \\ -J01/2 \leq t_x - \frac{h}{2}r_y \leq J01/2 \end{cases} \quad (6)$$

La représentation graphique est la même que le domaine écart au centre de liaison

Le domaine jeu au niveau de la surface B au centre de mécanisme (point O) est :

$$J0B1 = \begin{cases} -J01/2 \leq t_x + \frac{L+h}{2}r_y \leq J01/2 \\ -\frac{J01}{2} \leq t_x + \frac{L-h}{2}r_y \leq J01/2 \end{cases} \quad (7)$$

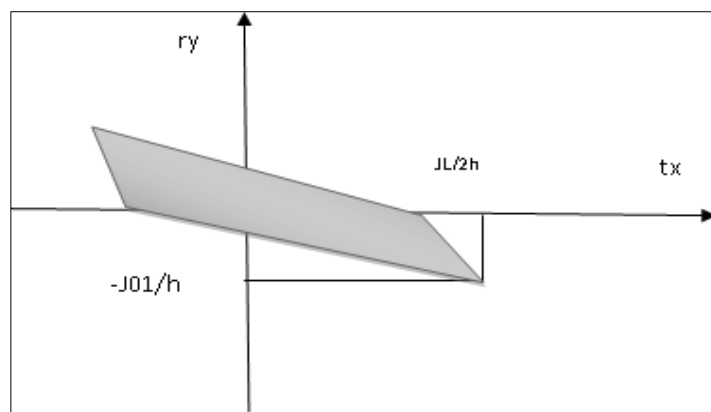


Fig9 : Représentation graphique du domaine jeu de la liaison (0-1) au niveau de la surface B

Le domaine jeu de la liaison (0-1) au niveau de la surface A au centre du mécanisme (point O) est :

$$J_{1A0} = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{J_{01}}{2} \leq t_x - \frac{L+h}{2} r_y \leq J_{01}/2 \\ -\frac{J_{01}}{2} \leq t_x - \frac{L-h}{2} r_y \leq J_{01}/2 \end{array} \right\} \quad (8)$$

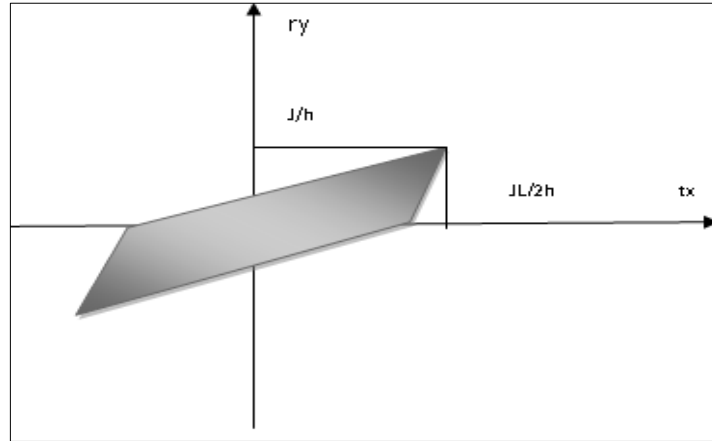


Fig10 : Représentation graphique du domaine jeu de la liaison (0-1) au niveau de la surface A

#### 4.4. Vérification de la condition d'assemblage

D'après le graphe de liaisons nous avons la condition de boucle suivante :

$$E_{0A} + J_{0A1} - E_{1A} + E_{1B} + J_{1B0} - E_{0B} = 0 \quad (9)$$

Puisque :  $E_{0A} = E_{1A} = E_{1B} = 0$

La condition fonctionnelle se réduit à :

$$J_{0A1} + J_{1B0} = E_{0B} \quad (10)$$

D'une manière générale pour que le mécanisme soit assemblé il suffit que le domaine écart résultant soit à l'intérieur du domaine jeu résultant :

$$E_{0B} \subset J_{0A1} + J_{1B0} \quad (11)$$

Si l'Assemblage est sans jeux, la condition d'assemblabilité est le respect de la condition fonctionnelle de coaxialité.

Si l'assemblage est avec jeux en considérant que les liaisons pivots glissants comportent un jeu entre l'arbre et l'alésage. Dans ce cas le domaine écart  $E_{0B}$  doit être à l'intérieur du domaine du domaine jeu résultant de  $J_{0A1}$  et de  $J_{1B0}$ .

Pour trouver le domaine jeu résultant on utilise la somme de Minkowski.

La représentation du domaine jeu et domaine écart Résultats est la suivante :

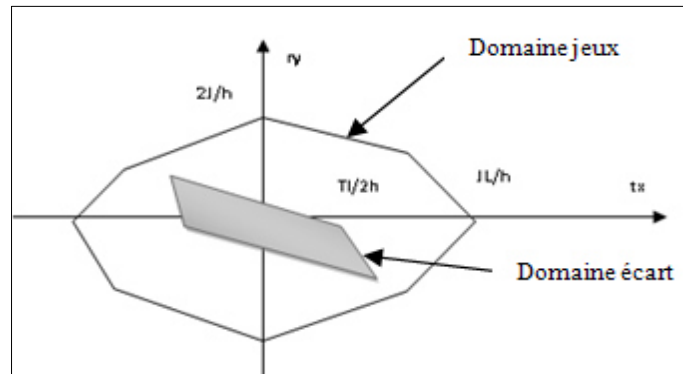


Fig11. Représentation de domaine jeu et écart résultant dans le même repère

Soit la condition limite suivante :

$$t/2h = J/h$$

On obtient dans notre exemple :

$$t = 2j$$

(12)

## 5. CONCLUSION

Dans ce travail, on a présenté un modèle simple d'analyse des tolérances des mécanismes basé sur la méthode des domaines jeux et écarts.

Ce modèle peut être adapté à tous les défauts géométriques, en particulier les tolérances de position faisant l'objet de cette communication sans prise en compte des défauts de forme.

Nous tentons faire comme travail futur l'intégration des défauts de forme dans notre étude pour savoir l'impact de ce type des défauts sur notre analyse.

## 6. RÉFÉRENCES

1. Requicha A.A.G. Toward a Theory of Geometric Tolerancing. *The International Journal of Robotics Research*, pp 45-60, 1983.
2. Wirtz A. Vectorial tolerancing. *Proceeding of CIRP Seminar on CAD/CAM*, 1989.
3. Rivest L., Fortin C. et Desrochers A. Tolerance for 3D analysis : presenting a kinematic formulation. *3rd CIRP Seminar on Computer-Aided Tolerancing*, pages51-74, 1993.
4. Petit J-P. Spécification géométriques des produits: méthode d'analyse de tolérances. Application en conception assistée par ordinateur, Thèse de Doctorat de Génie Mécanique, Université de Savoie, 2004