

Un algorithme implicite d'ordre élevé pour la dynamique des systèmes d'engrenages utilisés dans les machines tournantes

ZINEB EL OUEHABI

Laboratoire de Calcul Scientifique en Mécanique, Faculté des Sciences Ben M'Sik,
Université Hassan II Mohammedia - Casablanca, Maroc

FAKHER CHAARI

Unité de Mécanique, Modélisation et Productique, Département de Mécanique, Ecole Nationale des Ingénieurs de Sfax, BP1173-3038 Sfax, Tunisie.

HASSANE LAHMAM

Laboratoire de Calcul Scientifique en Mécanique, Faculté des Sciences Ben M'Sik,
Université Hassan II Mohammedia - Casablanca, Maroc

BOUAZZA BRAIKAT

Laboratoire de Calcul Scientifique en Mécanique, Faculté des Sciences Ben M'Sik,
Université Hassan II Mohammedia - Casablanca, Maroc

b.braikat@gmail.com

HICHAM MOTTAQUI

Laboratoire de Calcul Scientifique en Mécanique, Faculté des Sciences Ben M'Sik,
Université Hassan II Mohammedia - Casablanca, Maroc

hmottaqui@gmail.com

TAHAR FAKHFAKH

Unité de Mécanique, Modélisation et Productique, Département de Mécanique, Ecole Nationale des Ingénieurs de Sfax, BP1173-3038 Sfax, Tunisie.

MOHAMED HADDAR

Unité de Mécanique, Modélisation et Productique, Département de Mécanique, Ecole Nationale des Ingénieurs de Sfax, BP1173-3038 Sfax, Tunisie.

NOUREDDINE DAMIL

Laboratoire de Calcul Scientifique en Mécanique, Faculté des Sciences Ben M'Sik,
Université Hassan II Mohammedia - Casablanca, Maroc

noureddine.damil@gmail.com

Résumé

On propose, dans ce travail, un algorithme implicite d'ordre élevé avec un pré-conditionneur pour l'étude de la dynamique d'un modèle d'engrenages à simple étage. Cet algorithme, utilisé dans les travaux de recherche [1], [2], [3], est basé sur l'introduction d'une homotopie, un schéma implicite de Newmark et l'utilisation des techniques de la Méthode Asymptotique Numérique MAN. On propose aussi une régularisation de la force d'engrènement pour surmonter la difficulté de la singularité. Une comparaison sera présentée entre les résultats

obtenus par l'algorithme proposé et ceux de l'algorithme combinant la méthode de Newton – Raphson et un schéma en temps de type Newmark.

1. INTRODUCTION

Les machines tournantes sont largement utilisées en industrie. La transmission du mouvement dans les systèmes d'engrenages est assurée par le contact entre les éléments présentant des dentures de différentes formes. Une mauvaise conception de ces systèmes génère des problèmes tels que l'usure des dents, des vibrations nuisibles etc. Le contrôle de ces phénomènes doit passer par une modélisation adéquate. Plusieurs modèles ont été utilisés pour mettre en évidence les forces d'engrènement dans les équations gouvernant le mouvement des systèmes d'engrenages. Les équations de ces modèles sont souvent résolues par des algorithmes combinant la méthode de Newton–Raphson et un schéma temporel implicite de type Newmark.

On propose, dans ce travail, un solveur implicite d'ordre élevé basé sur les techniques utilisées dans la Méthode Asymptotique Numérique MAN avec un pré-conditionneur pour la résolution des équations de la dynamique d'un modèle représentant un système d'engrenages de type simple étage. Ce solveur, qui a été utilisé dans les travaux de recherche [1], [2], [3], est basé sur l'introduction d'une homotopie [7], d'un schéma implicite de Newmark et de l'utilisation des techniques de la Méthode Asymptotique Numérique MAN. Ce modèle d'engrenages est basé sur l'introduction d'une force d'engrènement non analytique [4], [6]; c'est-à-dire une singularité qui est due au contact entre les dents. Pour surmonter cette difficulté, on se propose ici de remplacer cette force d'engrènement par une autre force régularisée. On discutera l'influence des paramètres de régularisation. Une analyse numérique des résultats obtenus par l'algorithme proposé et ceux obtenus par l'algorithme combinant la méthode de Newton-Raphson avec un schéma en temps implicite de type Newmark [4], est présentée.

2. MODELE D'UN SYSTEME D'ENGRENAGES A SIMPLE ETAGE

Le système mécanique étudié est un réducteur simple étage représenté sur la figure 1. Il est formé de deux blocs 1 et 2; le premier est constitué d'une roue motrice 11 et d'une roue à dentures droites 12 qui sont reliées par un arbre de transmission. Le deuxième bloc comporte une roue à denture droite 21 et une roue réceptrice 22 reliées entre elles par un arbre de transmission. Les roues sont considérées comme des corps rigides et les deux arbres de transmission sont supposés de faibles masses et modélisés par des ressorts de rigidités torsionnelles k_{θ_i} ($i=1, 2$). Ces arbres sont supportés par des paliers modélisés par des ressorts linéaires de raideurs k_{x_1} , k_{y_1} , k_{x_2} , et k_{y_2} . L'engrènement est modélisé par un ressort linéaire de raideur variable $k_c(t)$ agissant sur la ligne d'action (figure 2). Chaque bloc possède quatre degrés de liberté; deux translations suivant x et y et deux rotations θ_{xx} et θ_{yy} autour de leurs axes.

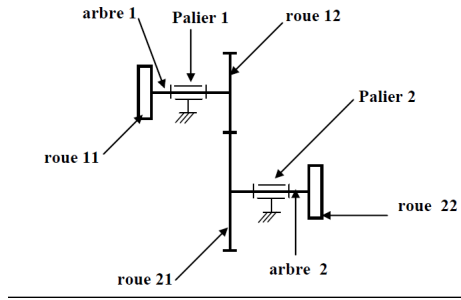


Figure 1 : Engrenage simple étage

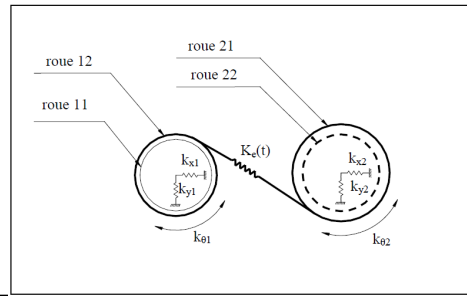


Figure 2 : Engrènement au niveau des roues de transmission

Le modèle est régi par le système d'équations:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K_p]\{q\} + [K(t)]\{q\} = \{F_{ext}\} \quad (1)$$

$$\{q\}(t=0) = \{q_0\}; \quad \{\dot{q}\}(t=0) = \{\dot{q}_0\} \quad (2)$$

où $\{q\} = \langle x_1, y_1, \theta_{11}, \theta_{12}, x_2, y_2, \theta_{21}, \theta_{22} \rangle$, $\{\dot{q}\}$ et $\{\ddot{q}\}$ représentent respectivement la coordonnée, la vitesse et l'accélération généralisées, $[M]$ est la matrice masse totale indépendante du temps, $[C]$ est une matrice d'amortissement proportionnelle aux matrices masse et raideur, $[K_p]$ est une matrice constante décrivant la raideur des paliers et $\{F_{ext}\}$ est le vecteur des forces extérieures. $[K(t)]$ est la matrice raideur d'engrènement qui dépend du temps. On peut écrire le déplacement, le long de la ligne d'action, sous la forme :

$$\delta(t) = (x_1 - x_2) \sin \alpha + (y_1 - y_2) \cos \alpha + \theta_{12} r_{b12} + \theta_{21} r_{b21} = \langle u \rangle \{q\} \quad (3)$$

On suppose que la matrice raideur d'engrènement est de la forme $[K(t)] = k_e(t) \{v\} \langle u \rangle$ où $\{v\}$ est un vecteur donné. En utilisant l'équation (3), le terme $[K(t)]\{q\}$, dans l'équation du mouvement (1), s'écrit sous la forme :

$$[K(t)]\{q\} = k_e(t) \delta(t) \{v\} = F_s(\delta(t)) \{v\} \quad (4)$$

où $F_s(\delta(t))$ est la force d'engrènement modélisée par l'expression suivante :

$$\begin{cases} F_s = k_e(t)(\delta(t) - b_s) & \text{si } \delta(t) > b_s \\ F_s = 0 & \text{si } -b_s \leq \delta(t) \leq b_s \\ F_s = k_e(t)(\delta(t) + b_s) & \text{si } \delta(t) < -b_s \end{cases} \quad (5)$$

où b_s désigne un déplacement de contact. En utilisant l'expression (4), l'équation du mouvement (1) s'écrit sous la forme :

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K_p]\{q\} + F_s(\delta) \{v\} = \{F_{ext}\} \quad (6)$$

$$\text{Avec } [M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{21} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{22} \end{bmatrix}, \quad [K_p] = \begin{bmatrix} k_{x1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{y1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{\theta 1} & -k_{\theta 1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{\theta 1} & k_{\theta 1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{x2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{y2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\theta 2} & -k_{\theta 2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{\theta 2} & k_{\theta 2} \end{bmatrix},$$

$$[C] = 0.05[M] + 10^{-5}[K_m], \quad [K_m] = [K_p] + 10^8[K_{\text{const}}]$$

$$[K_{\text{const}}] = \begin{bmatrix} s_3 & s_5 & 0 & s_7 & -s_6 & -s_5 & 0 & s_9 \\ s_5 & s_3 & 0 & s_6 & -s_5 & -s_4 & 0 & s_8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ s_7 & s_6 & 0 & s_{10} & -s_7 & -s_6 & 0 & s_{12} \\ -s_3 & -s_5 & 0 & -s_7 & s_6 & s_5 & 0 & -s_9 \\ -s_5 & -s_4 & 0 & -s_6 & -s_5 & s_4 & 0 & s_8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ s_9 & s_8 & 0 & s_{12} & -s_9 & -s_8 & 0 & s_{11} \end{bmatrix}$$

$$s_1 = \sin(\alpha); \quad s_2 = \cos(\alpha); \quad s_3 = \sin(\alpha)^2; \quad s_4 = \cos(\alpha)^2;$$

$$s_5 = \sin(\alpha)\cos(\alpha); \quad s_6 = r_1 \cos(\alpha); \quad s_7 = r_1 \sin(\alpha)$$

$$s_8 = r_2 \cos(\alpha); \quad s_9 = r_2 \sin(\alpha); \quad s_{10} = r_1^2; \quad s_{11} = r_2^2; \quad s_{12} = r_1 r_2$$

L'objectif de ce travail est de résoudre le problème instationnaire non linéaire (6) par une technique d'homotopie et les techniques de la MAN. Dans la MAN, on a besoin de la régularité du problème. Pour cet effet, on propose ainsi de remplacer l'expression non analytique de la force d'engrènement (5) par l'expression régularisée suivante :

$$F_s(\delta) = k_e \delta + \frac{1}{2} (\sqrt{k_e^2 (\delta - b_s)^2 + 4\eta^2 b_s^2} - \sqrt{k_e^2 (\delta + b_s)^2 + 4\eta^2 b_s^2}) \quad (7)$$

où η est un petit paramètre de régularisation. Sa valeur est choisie de telle façon que l'allure de l'expression (7) tend vers celle de l'équation (5). Sur la figure 4, par exemple, on peut remarquer que lorsque η devient petit ($\eta = 0.01$), l'allure de l'expression (7) tend vers la courbe donnée par (5).

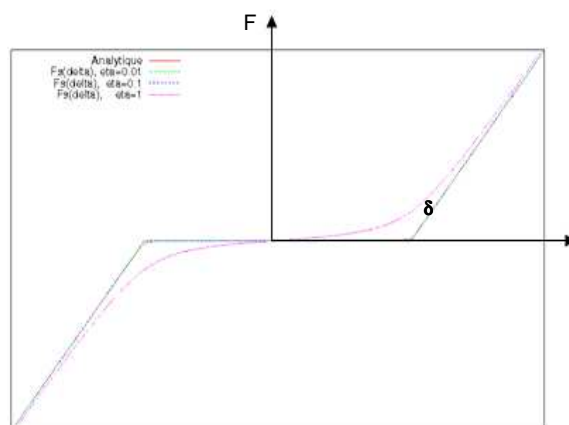


Figure 4: Influence du paramètre de régularisation

Afin d'obtenir un problème quadratique, plus simple dans l'étape de perturbation de la MAN, on réécrit l'équation (7) sous la forme :

$$F_s(\delta) = k_e \delta + \frac{1}{2}(h(\delta) - g(\delta)) \quad (8)$$

où les quantités $h(\delta)$ et $g(\delta)$ sont données par les formules suivantes :

$$h^2(\delta) = k_e^2 (\delta - b_s)^2 + 4\eta^2 b_s \quad (9)$$

$$g^2(\delta) = k_e^2 (\delta + b_s)^2 + 4\eta^2 b_s \quad (10)$$

En tenant des équations (8), (9) et (10), le problème (6) admet une solution analytique. Dans ce cas, l'application de la technique de perturbation est possible.

3. ALGORITHME IMPLICITE D'ORDRE ELEVE

L'algorithme proposé pour la résolution du problème (6), (3), (8-10) avec les conditions initiales (2) est constitué de quatre étapes. On effectue d'abord un changement de variable afin de ramener les conditions initiales à zéro. Ensuite, on utilise le schéma de Newmark pour la discrétisation en temps. On transforme le problème par homotopie en introduisant un paramètre ε . On résout le problème ainsi transformé en appliquant la technique de perturbation.

3.1 CHANGEMENT DE VARIABLE

Notons par $\langle u \rangle = \langle q, \delta, h, g \rangle$ l'inconnue du problème (6), (3), (8-10) avec les conditions initiales (2). Afin de ramener les conditions initiales à zéro, on introduit le changement de variable suivant:

$$\{u\} = \{u_0\} + \{U\} \quad (11)$$

où $\langle \mathbf{u}_0 \rangle = \langle \mathbf{q}_0, \delta_0, \mathbf{h}_0, \mathbf{g}_0 \rangle$ représente la condition initiale du problème de départ et $\langle \mathbf{U} \rangle = \langle \mathbf{Q}, \mathbf{D}, \mathbf{H}, \mathbf{G} \rangle$ représente la nouvelle inconnue. Le problème vérifié par la nouvelle inconnue $\{\mathbf{U}\}$ s'écrit alors:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{Q}}\} + [\mathbf{C}]\{\dot{\mathbf{Q}}\} + [\mathbf{K}_p]\{\mathbf{Q}\} + (k_e \mathbf{D} + \frac{1}{2}(\mathbf{H} - \mathbf{G}))\{\mathbf{v}\} = \{\mathbf{S}\} \quad (12)$$

$$\mathbf{D} = \langle \mathbf{u} \rangle \{\mathbf{Q}\} \quad (13)$$

$$2h_0 \mathbf{H} = k_e^2 (\delta_0 - b_s) \mathbf{D} + k_e^2 \mathbf{D}^2 - \mathbf{H}^2 \quad (14)$$

$$2g_0 \mathbf{G} = k_e^2 (\delta_0 + b_s) \mathbf{D} + k_e^2 \mathbf{D}^2 - \mathbf{G}^2 \quad (15)$$

$$\{\mathbf{Q}\}(t=0) = \{\mathbf{0}\} \quad (16)$$

$$\{\dot{\mathbf{Q}}\}(t=0) = \{\mathbf{0}\} \quad (17)$$

où le nouveau second membre $\{\mathbf{S}\}$, dans (12), est défini par :

$$\{\mathbf{S}\} = \{\mathbf{F}_{ext}\} - [\mathbf{K}_p]\{\mathbf{q}_0\} - \mathbf{F}_s(\delta_0)\{\mathbf{v}\} \quad (18)$$

3.2 DISCRETISATION TEMPORELLE

Dans cette étape, on écrit les équations (12-15) à l'instant $t = (n+1)\Delta t$ et on utilise le schéma implicite de Newmark:

$$\{\ddot{\mathbf{Q}}^{n+1}\} = a_0 \{\mathbf{Q}^{n+1}\} - a_2 \{\ddot{\mathbf{Q}}^n\} - a_1 \{\dot{\mathbf{Q}}^n\} - a_0 \{\mathbf{Q}^n\} \quad (19)$$

$$\{\dot{\mathbf{Q}}^{n+1}\} = b_0 \{\dot{\mathbf{Q}}^n\} + b_1 \{\ddot{\mathbf{Q}}^n\} + b_2 \{\ddot{\mathbf{Q}}^{n+1}\}$$

où Δt est l'incrément de temps, les coefficients dans (19) sont: $a_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2}$, $a_1 = \frac{1}{\alpha \Delta t}$, $a_2 = \frac{1}{2\alpha} - 1$,

$b_0 = 1$, $b_1 = \Delta t(1 - \beta)$, $b_2 = \Delta t\beta$ avec $\alpha = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{4}$. En utilisant les approximations de la vitesse et de l'accélération (19), l'équation (12), vérifiée par l'inconnue à l'instant $t = (n+1)\Delta t$, s'écrit :

$$[\mathbf{K}_i^{n+1}]\{\mathbf{Q}^{n+1}\} + \{\mathbf{F}_Q(\mathbf{Q}^{n+1}, \mathbf{Q}^{n+1})\} = \{\mathbf{E}^{n+1}\} \quad (20)$$

La forme quadratique, dans (20), est donnée par:

$$\{\mathbf{F}_Q(\mathbf{Q}^{n+1}, \mathbf{Q}^{n+1})\} = \frac{1}{4h_0g_0} (k_e^{2n+1} (g_0 - h_0) \mathbf{D}^{2n+1} + g_0 \mathbf{G}^{2n+1} - h_0 \mathbf{H}^{2n+1}) \{\mathbf{v}\}$$

La matrice tangente et le second membre, dans (20), sont donnés par :

$$[K_t^{n+1}] = a_0[M] + a_0 b_2[C] + [K_p] + [K_d^{n+1}(q_0)]$$

$$\{E^{n+1}\} = \{S^{n+1}\} - [M]\{\dot{\gamma}^n\} - [C]\{V^n\}$$

où $\{\dot{\gamma}^n\}$ et $\{V^n\}$ sont données par :

$$\{\dot{\gamma}^n\} = -(a_0\{Q^n\} + a_1\{\dot{Q}^n\} + a_2\{\ddot{Q}^n\})$$

$$\{V^n\} = -a_0 b_2\{Q^n\} + (b_0 - a_1 b_2)\{\dot{Q}^n\} + (b_1 - a_2 b_2)\{\ddot{Q}^n\}$$

3.3 TECHNIQUE D'HOMOTOPIE

Au lieu de résoudre le problème (20), on résout un problème artificiel. On introduit une matrice arbitraire $[K^*]$ et un paramètre ε dans le problème à résoudre (20) de telle sorte que pour $\varepsilon = 0$, on a un problème facile à résoudre et pour $\varepsilon = 1$, on retrouve le problème (20):

$$[K^*]\{Q^{n+1}\} + \varepsilon([K_t^{n+1}] - [K^*])\{Q^{n+1}\} + \{FQ(Q^{n+1}, Q^{n+1})\} = \{E^{n+1}\} \quad (21)$$

La matrice arbitraire $[K^*]$ est introduite pour éviter l'inversion à chaque pas de temps car la matrice $[K_t^{n+1}]$ dépend du temps. Au lieu de résoudre le problème (20), on résout le problème artificiel (21) en mettant ε égal à un.

3.4 TECHNIQUE DE PERTURBATION

Pour résoudre le problème (21), on cherche l'inconnue $\{U^{n+1}\}$ sous la forme d'une série en ε tronquée à l'ordre N:

$$\{U^{n+1}\} = \{U_0^{n+1}\} + \varepsilon\{U_1^{n+1}\} + \varepsilon^2\{U_2^{n+1}\} + \dots + \varepsilon^N\{U_N^{n+1}\} \quad (22)$$

Le domaine de validité de cette série est approximée par la formule utilisée dans [1] :

$$\varepsilon_{\max} = \left(\mu \frac{\|Q_1^{n+1}\|}{\|Q_N^{n+1}\|} \right)^{\frac{1}{N-1}} \quad \text{où } \mu \text{ est un paramètre de précision fixé } (\mu = 10^{-5}). \text{ En injectant (22) dans}$$

(21) et en identifiant terme par terme suivant les puissances de ε , on obtient une suite de problèmes vérifiés par les termes de la série:

Ordre 0:

$$\begin{cases} [K^*][Q_0^{n+1}] = \{E^{n+1}\} \\ D_0^{n+1} = \langle u \rangle \{Q_0^{n+1}\} \\ H_0^{n+1} = \frac{(K_e^{(n+1)})^2 (\delta_0 - b) D_0^{n+1}}{h_0} + \frac{K_e^{(n+1)^2} (D_0^{n+1})^2 - (H_0^{n+1})^2}{2h_0} \\ G_0^{n+1} = \frac{(K_e^{(n+1)})^2 (\delta_0 + b) D_0^{n+1}}{h_0} + \frac{K_e^{(n+1)^2} (D_0^{n+1})^2 - (G_0^{n+1})^2}{2g_0} \end{cases} \quad (23)$$

Ordre 1:

$$\begin{cases} [K^*][Q_i^{n+1}] = -([K_T^{n+1}] - [K^*][Q_0^{n+1}] - \{FQ(Q_0^{n+1}, Q_0^{n+1})\}) \\ D_i^{n+1} = \langle u \rangle \{Q_i^{n+1}\} \\ H_i^{n+1} = \frac{(K_e^{(n+1)})^2 (\delta_0 - b) D_i^{n+1}}{h_0} + \frac{K_e^{(n+1)^2} (2D_0^{n+1} D_i^{n+1}) - (2H_0^{n+1} H_i^{n+1})}{2h_0} \\ G_i^{n+1} = \frac{(K_e^{(n+1)})^2 (\delta_0 + b) D_i^{n+1}}{g_0} + \frac{K_e^{(n+1)^2} (2D_0^{n+1} D_i^{n+1}) - (2G_0^{n+1} G_i^{n+1})}{2g_0} \end{cases} \quad (24)$$

Ordre $p \geq 2$

$$\begin{cases} [K^*][Q_p^{n+1}] = -([K_T^{n+1}]\{q_0\} - [K^*]\{q_0\})\{W_{p-1}^{n+1}\} - \sum_{r=0}^{p-1} \{F_r(\{W_r^{n+1}\}, \{W_{p-1-r}^{n+1}\})\} \\ D_p^{n+1} = \langle u \rangle \{W_p^{n+1}\} \{u\} \\ H_p^{n+1} = \frac{(K_e^{(n+1)})^2 (\delta_0 - b) D_p^{n+1}}{h_0} + \frac{K_e^{(n+1)^2} (\sum_{r=0}^{p-1} D_r^{n+1} D_{p-1-r}^{n+1}) - (\sum_{r=0}^{p-1} H_r^{n+1} H_{p-1-r}^{n+1})}{2h_0} \\ G_p^{n+1} = \frac{(K_e^{(n+1)})^2 (\delta_0 + b) D_p^{n+1}}{g_0} + \frac{K_e^{(n+1)^2} (\sum_{r=0}^{p-1} D_r^{n+1} D_{p-1-r}^{n+1}) - (\sum_{r=0}^{p-1} G_r^{n+1} G_{p-1-r}^{n+1})}{2g_0} \end{cases} \quad (25)$$

Tous ces problèmes (23), (24), (25) admettent la même matrice. Quelque soit l'ordre N , on inverse une seule fois la matrice arbitraire $[K^*]$.

4. DISCUSSIONS ET RESULTATS

On a choisi, dans ce test un pré-conditionneur $[K^*]$ correspondant à la matrice tangente $[K_T^*]$ évaluée à l'instant initial. Les valeurs numériques utilisées sont celles de la référence [5]. Sur la figure 5, on peut constater que la courbe de réponse (le premier degré de liberté en fonction du temps t) obtenue par la méthode de Newton Raphson et par l'algorithme proposé coïncident aux ordres 10, 20, 25 et 30. La courbe a été obtenue par cet algorithme à l'aide d'une seule inversion de la matrice $[K^*]$ jusqu'à le temps $t = 5000\Delta t$, $\Delta t = 1.6667 \cdot 10^{-5}$ s.

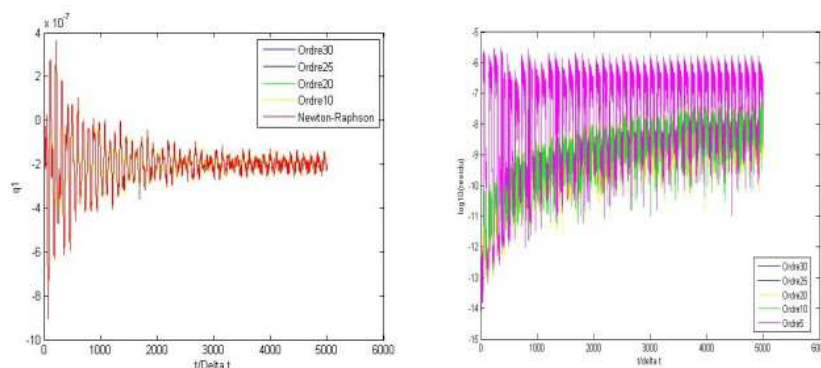


Figure 5 : Courbe de réponse (a) un seul pas MAN, ordre10, 20,25 et 30 et courbe résidu (b): un seul pas MAN, ordre 5, 10, 20,25 et 30

Sur la figure 5 b, on illustre la variation du logarithme décimal de la norme du vecteur résidu en fonction du temps. On remarque que lorsqu'on augmente l'ordre de troncature des séries, la qualité de la solution devient meilleure.

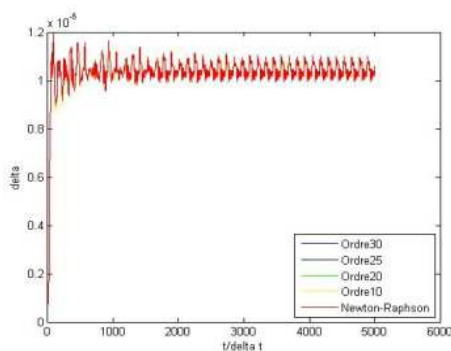


Figure 7 : Erreur de transmission en fonction du temps, un seul pas MAN, ordre 10, 20, 25 et 30

Sur la figure 7, on représente l'erreur de transmission en fonction du temps. Cette courbe est obtenue à l'aide de l'inversion d'une seule matrice. Les ordres de troncature utilisés sont respectivement 10,20, 25 et 30.

5. CONCLUSION

Dans ce travail, on a présenté un algorithme implicite d'ordre élevé basé sur les techniques d'homotopie et de perturbation pour la résolution numérique des équations de la dynamique d'un système d'engrenage simple étage. On a proposé un modèle régularisé de la force d'engrènement pour éviter la singularité afin d'utiliser des représentations en séries entières des solutions. Sur cet exemple simple, on a pu obtenir la solution, par l'algorithme proposé en un seul pas de la MAN, soit jusqu'à un temps égal à 5000 fois le pas de temps, ce qui correspond à une seule inversion de matrice. $[K^*]$. La matrice a été choisie égale à la matrice tangente évaluée à l'instant initial. Il serait intéressant de continuer l'évaluation de cet algorithme dans le cas d'un système d'engrenage à plusieurs étages.

6. RÉFÉRENCES

1. M. Jamal, B. Braikat, S. Boutmir, N. Damil, M. Potier-Ferry, "A high order implicit algorithm for solving in stationary non-linear problems, computational Mechanics", computational Mechanics, vol.28, n5, p.375-380, 2002.
2. B. BRAIKAT, M. JAMAL, N. DAMIL, M. POTIER-FERRY, «Algorithmes d'intégration temporelle implicites couplés avec des résolveurs d'ordre élevé », Revue Européenne des éléments finis, Vol. 11, N° 6, pp. 749-772, 2002 ;
3. B. Braikat, M. Jamal, N. Damil, «Utilisation des techniques de la Méthode asymptotique numérique pour les problèmes non-linéaires et instationnaires», Revue Européenne des éléments finis, Vol. 13, pp. 119-139, 2004
4. F. Chaari, W. Baccar, M. Haddar, Effect of spalling or tooth breakage on gearmesh stiffness and dynamic response of a one-stage spur gear transmission, European Journal of Mechanics A/ Solids, Vol. 27(4), pp. 691-705, 2008.
5. L. Walha, T. Fakhfakh, M. Haddar, Nonlinear dynamics of a two-stage gear system with mesh stiffness fluctuation, bearing flexibility and backlash.
6. F. Chaari, T. Fakhfakh, M. Haddar " Analytical modeling of spur gear tooth crack and influence on gearmesh stiffness ", European Journal of Mechanics - A/Solids, vol. 28, n° 3, p. 461-468, 2009.
7. E.L. Allgower, K. Georg « Numerical Continuation Methods. An Introduction », vol. 13. Springer Series in Computational Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 1990.