

Étude numérique des transferts de chaleur couplés dans une paroi alvéolaire soumise à une excitation sinusoïdale

M. Boukendil

LMFE, Département de Physique, Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences Semlalia, B.P. 2390, Marrakech, Maroc

A. Abdelbaki

LMFE, Département de Physique, Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences Semlalia, B.P. 2390, Marrakech, Maroc

Corresponding author. Tel.: +212-524-43-46-49 (post 489); Fax: +212-524-43-74-10. abdelbaki@ucam.ac.ma

Z. Zrikem

LMFE, Département de Physique, Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences Semlalia, B.P. 2390, Marrakech, Maroc, zrikem@ucam.ac.ma

Abstract

Numerical study of coupled heat transfer in an alveolar wall submitted to a sinusoidal excitation. In this work, we study numerically the two dimensional coupled heat transfer by conduction, convection and radiation through a hollow brick formed by an air layer separating two alveolar walls. The outside vertical surface of the structure is submitted to a sinusoidal thermal excitation $T_e(t)=T_m+a\times\sin(2\pi t/\tau)$ ($^{\circ}\text{C}$), and the inside vertical surface is maintained at a constant temperature T_i . The top and bottom horizontal sides of the structure are assumed to be adiabatic. Equations governing natural convection in different cavities of the system, radiation heat exchanges between the internal surfaces of cavities and heat conduction in the surrounding walls are solved using the control volumes method and the SIMPLE algorithm. The impact of the sinusoidal thermal excitation $T_e(t)$ on both global heat flux through the structure and maximal streamline function ψ_{max} is predicted for different values of the amplitude a and the period τ . The effect of the emissivity ε of the internal surfaces of cavities on the heat transfer and the air flow is also discussed.

Keywords: Hollow brick / Sinusoidal thermal excitation / Coupled heat transfer / Conduction / Natural convection / Radiation / Numerical simulation.

Résumé

Dans ce travail, on étudie numériquement le transfert de chaleur bidimensionnel couplé par conduction, convection et rayonnement à travers une brique creuse formée par deux parois alvéolaires séparées par une lame d'air. La surface verticale extérieure de la structure est soumise à une sollicitation thermique qui varie sinusoïdalement dans le temps $T_e(t)=T_m+a\times\sin(2\pi t/\tau)$ ($^{\circ}\text{C}$), et la surface intérieure verticale est maintenue à une température constante T_i . Les surfaces horizontales inférieure et supérieure sont considérées adiabatiques. Les équations qui régissent la convection naturelle dans les cavités, les échanges radiatifs entre les faces internes de celles-ci ainsi que la conduction dans les parois solides sont discrétisées par la méthode des volumes de contrôle et sont résolues par l'algorithme SIMPLE. Les effets de cette excitation thermique sinusoïdale $T_e(t)$ sur le transfert thermique et la fonction de courant maximale ψ_{max} pour différentes valeurs de l'amplitude a et de la période de l'excitation τ , ainsi que ceux de l'émissivité ε des parois solides des alvéoles seront discutés.

Mots clés : Brique creuse / Excitation thermique sinusoïdale / Transferts thermiques couplés / Conduction / Convection naturelle / Rayonnement / Simulation numérique.

1. INTRODUCTION

L'étude des transferts thermiques dans les structures alvéolaires a suscité un grand intérêt ces dernières années. Ceci est dicté par leur utilisation dans plusieurs domaines, en particulier, dans les enveloppes des bâtiments où les parois alvéolaires permettent d'assurer un niveau de confort thermique acceptable d'une manière naturelle ou avec une consommation énergétique réduite. Cependant, l'estimation des transferts thermiques à travers de telles structures pose des problèmes de modélisation lors de la simulation du comportement thermique des bâtiments. Ces problèmes sont dus essentiellement au couplage entre les transferts thermiques conductifs dans les partitions solides, convectifs et radiatifs au sein des cavités.

Les travaux numériques ayant porté sur les problèmes de couplage entre les différents modes de transfert de chaleur (conduction, convection et/ou rayonnement) dans des cavités rectangulaires différentiellement chauffées sont assez nombreux pour être cités ici. Cependant, ceux concernant des configurations géométriques complexes ne sont pas très nombreux. Des études numériques détaillées qui tiennent compte de l'existence simultanée des trois modes de transfert de chaleurs dans des structures alvéolaires verticales ou horizontales ont été présentées respectivement par Abdelbaki et Zrikem [1] et Ait-taleb et al. [2]. D'autres auteurs ont également développés des méthodes numériques pour étudier les propriétés thermiques des briques perforées et creuses [3-6]. Récemment, on a présenté une série d'études numériques détaillées sur le couplage entre les transferts thermiques dans des structures alvéolaires verticales différentiellement chauffées parmi lesquelles on cite [7,8].

Notons toutefois que la plupart des études citées auparavant étaient restreintes au cas du régime permanent. Or, beaucoup d'applications utilisant les structures alvéolaires sont soumises aux fluctuations des conditions extérieures (température extérieure, ensoleillement, ...). C'est pourquoi l'étude de ces systèmes en régime variable s'avère nécessaire, d'autant plus qu'il est impossible de prédire le comportement d'un fluide soumis à des conditions de chauffage variable sur la base des résultats obtenus avec des conditions de température ou de flux imposés constants. Ceci justifie la présence de certains travaux dans la littérature dans lesquels des conditions aux limites thermiques variables dans le temps ont été prises en considération. La plupart de ces études concernent des cavités simples avec des parois fines parmi lesquelles on cite [9-11]. L'étude en régime transitoire des transferts thermiques couplés faisait partie des travaux effectués par Abdelbaki et al. [12] et Ait-taleb et al. [13] et dont l'objectif était la détermination des coefficients de la fonction de transfert pour les parois alvéolaires du bâtiment.

Dans le présent travail, on se propose d'étudier l'effet d'une excitation thermique qui varie sinusoidalement dans le temps sur les transferts thermiques couplés par conduction, convection et rayonnement dans une structure alvéolaire verticale différentiellement chauffée. Les effets de l'amplitude a , de la période de l'excitation τ et de l'émissivité ε des parois solides des alvéoles sur les évolutions temporelles et les valeurs extrémales et moyennes du transfert de chaleur et de la fonction de courant maximale ψ_{max} seront discutés.

2. MODELE MATHEMATIQUE

2.1. Description de la configuration étudiée

Le système étudié est schématisé sur la figure 1. Il est constitué par deux parois alvéolaires séparées par une lame d'air, d'épaisseur l' et de hauteur h' . Les alvéoles sont des petites cavités rectangulaires, d'épaisseur l et de hauteur h , entourées de partitions solides verticales, d'épaisseur e_x , et horizontales d'épaisseurs e_{y_1} et e_{y_2} . La surface verticale gauche de la structure est soumise à une sollicitation thermique qui varie sinusoidalement dans le temps :

$$T_e(t) = T_m + a \times \sin(2\pi t / \tau)$$

où a est l'amplitude de l'excitation, τ sa période et T_m sa valeur moyenne ($T_m = 40^\circ\text{C}$). La surface verticale droite est maintenue à une température constante $T_i = 20^\circ\text{C}$. Les surfaces horizontales supérieure et inférieure sont considérées adiabatiques

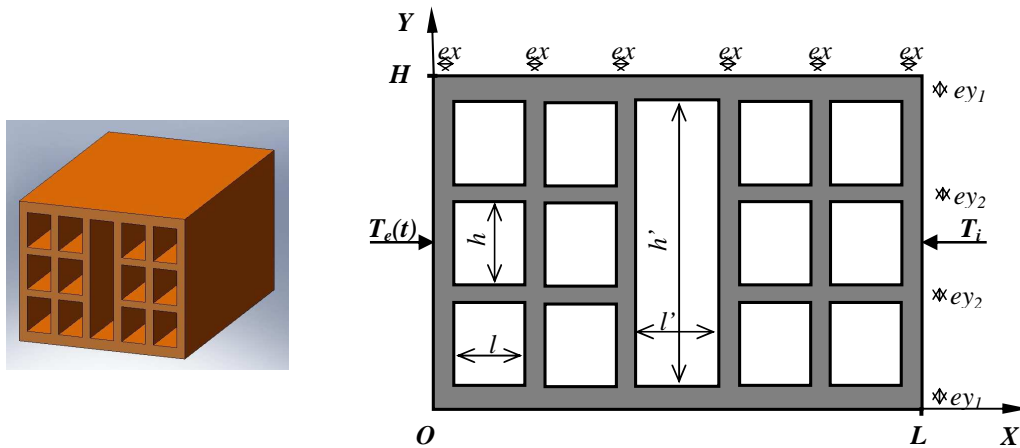


Figure 1: Schéma de la brique creuse étudiée.

2.2. Equations du modèle

L'écoulement d'air dans les alvéoles est supposé laminaire et le transfert de chaleur est bidimensionnel. Les propriétés du fluide et du solide sont constantes. Les faces internes des cavités sont considérées grises à émission et réflexion diffuses avec une émissivité variable $0 \leq \varepsilon \leq 1$. En utilisant l'approximation de Boussinesq, les équations adimensionnelles régissant le mouvement du fluide et la conservation de l'énergie sont :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau'} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + P_r \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \tag{2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau'} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + P_r \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + R_a P_r \theta_a \tag{3}$$

$$\frac{\partial \theta_a}{\partial \tau'} + U \frac{\partial \theta_a}{\partial X} + V \frac{\partial \theta_a}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta_a}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_a}{\partial Y^2} \tag{4}$$

où (X, Y) sont les positions adimensionnelles, τ' le temps adimensionnel, U, V, P, θ_a sont les variables sans dimension associées respectivement aux composantes de la vitesse de l'air, à la pression et à la

température de l'air. Ces grandeurs adimensionnelles sont liées aux variables primitives par les relations :

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, \tau' = \frac{t\alpha_a}{L^2}, U = \frac{uL}{\alpha_a}, V = \frac{vL}{\alpha_a}, P = \frac{p + \rho_o g y}{\rho_o (v_a/L)^2} \text{ et } \theta_a(t) = \frac{T(t) - T_i}{\bar{T}_e - T_i}$$

où v_a et α_a sont respectivement la viscosité cinématique et la diffusivité thermique de l'air. R_a est le nombre de Rayleigh et P_r celui de Prandtl donnés par :

$$R_a = \frac{g \beta L^3 (\bar{T}_e - T_i)}{v_a^2} P_r, \quad P_r = \frac{v_a}{\alpha_a}$$

L'équation adimensionnelle de la conduction de chaleur dans les parois solides est :

$$\frac{\alpha_a}{\alpha_s} \frac{\partial \theta_s}{\partial \tau'} = \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial Y^2} \quad (5)$$

où θ_s est la température adimensionnelle du solide et α_s sa diffusivité thermique. Les conditions aux limites du problème sont :

* $U = V = 0$ sur toutes les parois solides.

* $\theta_s(0, Y) = \theta_e(t) = \frac{T(t) - T_i}{\bar{T}_e - T_i}$ et $\theta_s(1, Y) = 0$ pour $(0 \leq Y \leq A = \frac{H}{L})$

* $\left. \frac{\partial \theta_s(X, Y)}{\partial Y} \right|_{Y=0} = \left. \frac{\partial \theta_s(X, Y)}{\partial Y} \right|_{Y=A} = 0$ pour $(0 \leq X \leq 1)$: pour la condition d'adiabaticité.

A ces conditions s'ajoutent celles exprimant la continuité de température et du flux de chaleur aux interfaces fluide-solide, qui sont données par :

$$\theta_s(X, Y) = \theta_a(X, Y) \text{ et } -\frac{\partial \theta_s}{\partial \eta} = -N_k \frac{\partial \theta_a}{\partial \eta} + N_r Q_r$$

où η est la coordonnée adimensionnelle normale à l'interface considéré et :

$$Q_r(r_k) = \varepsilon_k \left(1 - \frac{1}{G}\right)^4 \left(\theta_k(r_k) + \frac{1}{G-1}\right)^4 - \varepsilon_k \sum_{j=1}^4 \int_{S_j} J_j(r_j) dF_{ds_k - ds_j}$$

où $Q_r(r_k)$ est le flux radiatif net adimensionnel échangé par l'élément de surface ds_k situé en un point d'abscisse r_k sur la surface k , $dF_{ds_k - ds_j}$ est le facteur de forme entre les éléments ds_k et ds_j , ε_k est

l'émissivité de la surface k ; G est le rapport des températures ($G = \bar{T}_e / T_i$) et $J_j(r_j)$ est la radiosité de l'élément ds_j ; N_r est le nombre de rayonnement adimensionnel et N_k le rapport des conductivités :

$$N_r = \frac{\sigma \bar{T}_e^4 L}{k_s (T_e - T_i)} \text{ et } N_k = \frac{k_a}{k_s}$$

La fonction de courant adimensionnelle Ψ est définie par :

$$U = -\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \text{ ou } V = \frac{\partial \Psi}{\partial X}$$

Les flux de chaleur traversant la structure alvéolaire respectivement à travers les faces extérieure et intérieure en régime transitoire sont donnés par :

$$Q_e(t) = -\frac{k_s}{H} \int_0^H \left. \frac{\partial T_s(t)}{\partial x} \right)_{x=0} dy \tag{6}$$

$$Q_i(t) = -\frac{k_s}{H} \int_0^H \left. \frac{\partial T_s(t)}{\partial x} \right)_{x=L} dy \tag{7}$$

où $T_s(t)$ est la température dans le solide en °C.

Les équations du modèle sont discrétisées par la méthode des volumes de contrôle, et sont résolues par l’algorithme SIMPLE. Une étude d’optimisation a été faite sur les effets des pas de temps et d’espace utilisés dans la simulation. Cette étude a conduit au choix d’un maillage non uniforme de 48×53 nœuds, suivant les directions x et y, serré près des parois et relâché à l’intérieur des cavités. Le pas de temps adimensionnel utilisé est de 10⁻⁵ et le critère de convergence est fixé à 10⁻⁴ pour toutes les variables ($f=U, V, P$ et θ).

3. RESULTATS ET DISCUSSION

Les résultats présentés dans cette étude sont obtenus pour une structure alvéolaire ayant les dimensions géométriques (en cm) données dans le tableau 1. Le fluide qui règne dans les alvéoles est l’air avec un nombre de Prandtl, $Pr=0,71$. La conductivité thermique des parois solides est $k_s=1W/mK$ et leur diffusivité thermique est $\alpha_s=6,45 \times 10^{-7} m^2/s$. L’amplitude a et la période τ de l’excitation sinusoïdale varient dans les gammes suivantes : $0 \leq a \leq 30^\circ C$ et $0 \leq \tau \leq 24 \times 3600s$. L’émissivité ε des parois solides internes des cavités, supposées grises à émission et réflexion diffuses, varie entre 0 et 1.

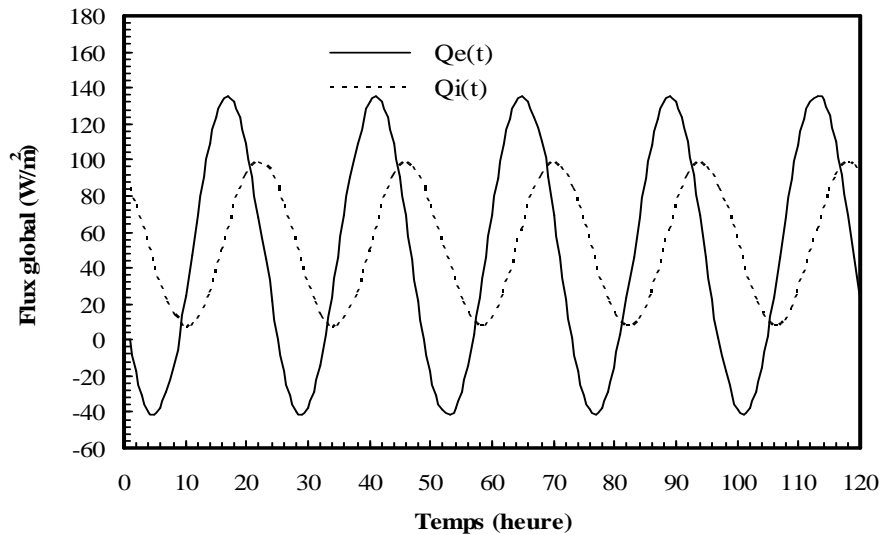
l	h	l'	h'	ex	ey_1	ey_2
2	5	2	17	1	1,5	1

Tableau 1 : Dimensions de la structure étudiée (en cm).

3.1. Transfert de chaleur global

La figure 2 montre les variations respectives des flux extérieur de chaleur $Q_e(t)$, et intérieur $Q_i(t)$, obtenus pour une excitation sinusoïdale d’amplitude $a=20^\circ C$ et une période $\tau=24 \times 3600s$. Comme prévu, les solutions obtenues sont des oscillations périodiques de période identique à celle imposée à la température excitatrice $T_e(t)$. Toutefois, les flux $Q_e(t)$ et $Q_i(t)$ semblent garder l’allure sinusoïdale de

la température excitatrice $T_e(t)$. On peut noter également que les valeurs maximales et minimales du flux de chaleur entrant par la face extérieure sont plus grandes que celles du flux évacué par la face intérieure. Ceci est dû au fait que le flux de chaleur fourni à la face externe de la structure alvéolaire, a été transmis vers l'intérieur avec un retard et un amortissement d'amplitude. Ces résultats sont dus à l'inertie thermique du mur qui a réduit l'intervalle de variation du flux de chaleur et a déphasé sa valeur maximale d'une durée de 5 heures environ.

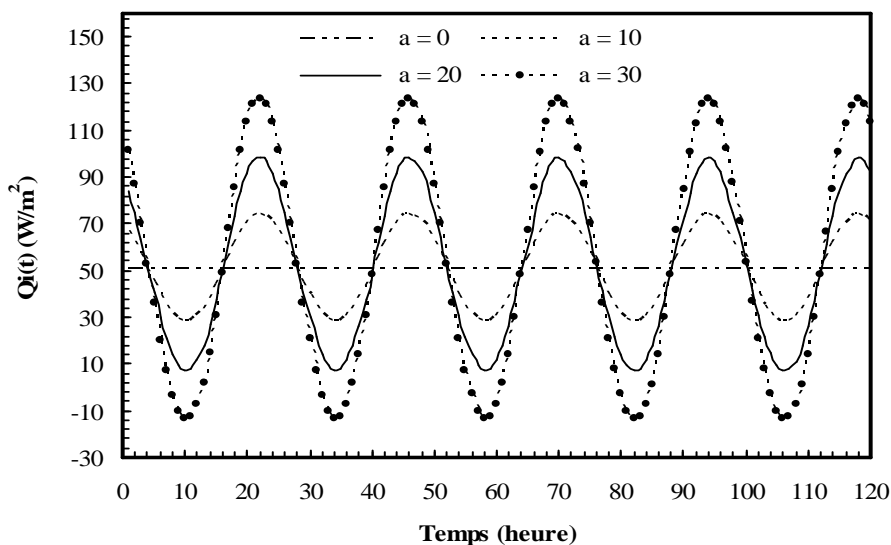


Figure

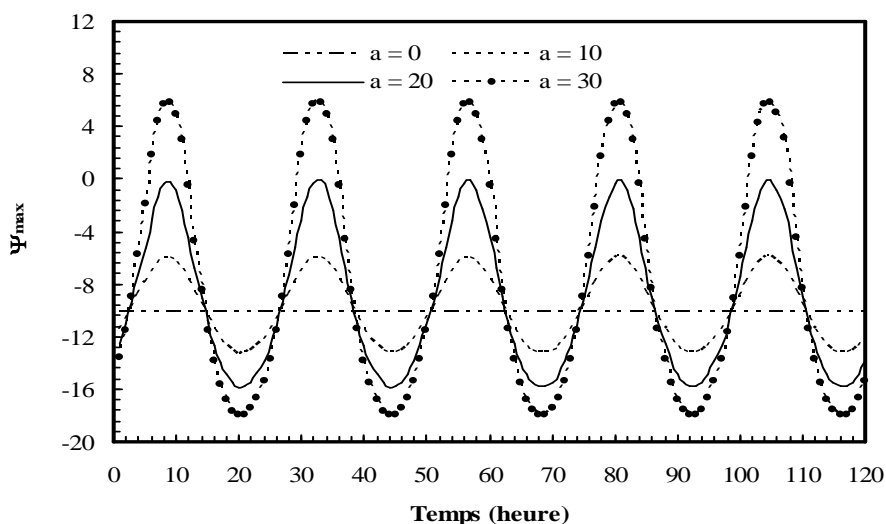
2 : Variations horaires des flux de chaleur $Q_e(t)$ et $Q_i(t)$.

3.2. Effet de l'amplitude d'excitation

Afin d'illustrer l'influence de l'amplitude a sur la réponse du système dans le cas où les températures imposées varient d'une manière sinusoïdale, on choisit trois valeurs de a . Ainsi, les évolutions temporelles du transfert de chaleur $Q_i(t)$ et de la fonction du courant $\Psi_{max}(t)$ sont représentées pour $\tau=24(\times 3600s)$ et $\varepsilon=0,8$ respectivement par les figures 3.a et 3.b. Ces fonctions oscillent périodiquement avec la même période que celle de la température excitatrice et avec des amplitudes qui augmentent en fonction de l'amplitude a . Notons que, $Q_i(t)$ varie sinusoïdalement dans le temps et oscille autour d'une valeur moyenne \bar{Q}_i sensiblement identique à celle du régime permanent ($a=0$). On notera également une augmentation importante en valeur absolue de l'intensité de l'écoulement moyen $\bar{\Psi}_{max}$ en fonction de l'amplitude a .



(a)



(b)

Figure 3 : Effet de l'amplitude d'excitation sur : (a) flux de chaleur $Q_i(t)$, (b) fonction de courant maximale $\Psi_{max}(t)$.

3.3. Effet de la période d'excitation

Pour des excitations d'amplitude constante $a=20^\circ C$ et de périodes $\tau = 6, 12, 24 (\times 3600s)$ et $\tau = \infty$ (chauffage constant), la figure 4 présente la variation du flux de chaleur Q_i (en W/m^2) véhiculé vers le milieu ambiant à travers la paroi interne pour les différentes périodes citées ci-dessus. La solution qui correspond à un chauffage constant ($\tau = \infty$) est présentée à titre de comparaison. Cette figure montre que toutes les solutions obtenues sont périodiques de périodes identiques à celles de la température

excitatrice. Néanmoins, l'allure des oscillations est visiblement affectée par la fréquence imposée à l'excitation thermique. Notons que l'amplitude des oscillations du transfert de chaleur à travers la structure augmente considérablement lorsque la période augmente. Quant aux valeurs moyennes \bar{Q}_i , elles demeurent très voisines de la courbe de référence qui représente le régime stationnaire.

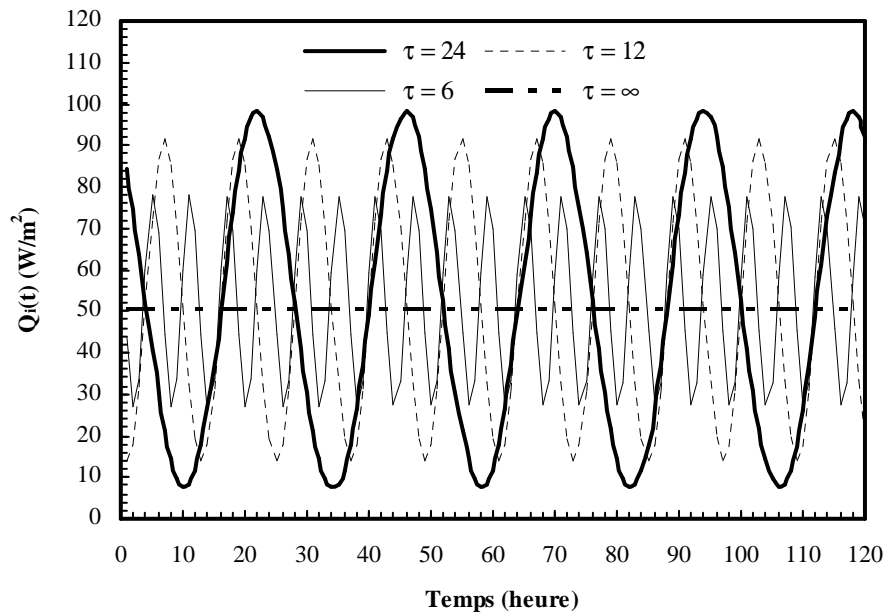
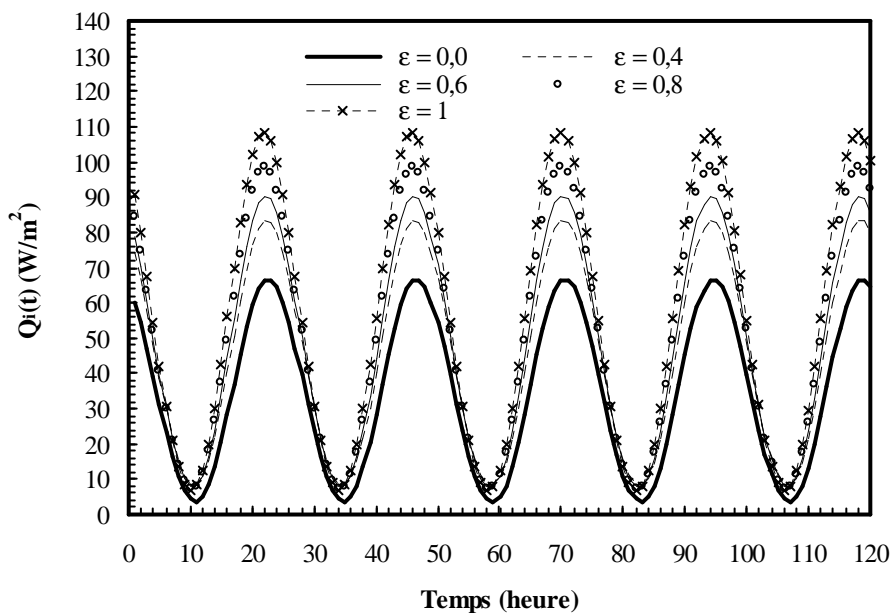


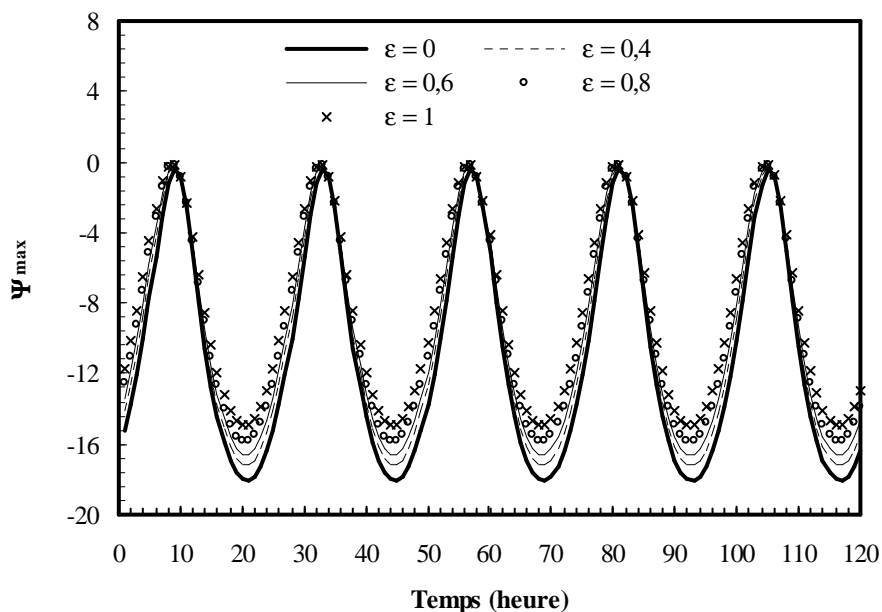
Figure 4 : Effet de la période d'excitation τ pour une amplitude $a=20^\circ\text{C}$ sur le flux de chaleur $Q_i(t)$.

3.4. Effet de l'émissivité ε des parois solides des alvéoles

Afin d'examiner l'influence du rayonnement, en régime transitoire, sur le transfert de la chaleur et sur l'écoulement d'air, les figures 5.a et 5.b donnent les variations temporelles du flux de chaleur $Q_i(t)$ traversant la face intérieure du système et de la fonction de courant maximale dans la structure $\Psi_{max}(t)$ pour $a=20^\circ\text{C}$, $\tau=24$ ($\times 3600\text{s}$) et pour différentes valeurs de ε . Comme prévu, les fonctions représentées oscillent avec une période identique à celle de la température excitatrice et gardent l'allure sinusoïdale de la variation de celle-ci. La figure 5.a montre que les amplitudes et les valeurs moyennes du transfert de chaleur $Q_i(t)$ augmentent avec ε . Ceci montre que le transfert de chaleur moyen à travers la structure alvéolaire croît considérablement lorsque l'émissivité ε des parois solides augmente. En effet, l'augmentation des valeurs moyennes \bar{Q}_i est de l'ordre de 31% et 25% lorsqu'on passe respectivement de $\varepsilon=0$ à $\varepsilon=0,4$ et de $\varepsilon=0,4$ à $\varepsilon=1$. Cependant cette situation est inversée pour les valeurs maximales et moyennes en valeur absolue de la fonction de courant $\Psi_{max}(t)$ comme il est présenté sur la figure 5.b. Ceci peut être expliqué par le fait que le rayonnement tend à homogénéiser le champ de température dans les différentes parties solides des cavités et plus particulièrement lorsque les valeurs de l'émissivité ε augmentent. Ce qui réduit les échanges convectifs dans ces parties et par suite les valeurs maximales et moyennes de la fonction de courant $\Psi_{max}(t)$ lorsque les valeurs de ε augmentent.



(a)



(b)

Figure 5 : Effet de l'émissivité ε des parois solides des alvéoles sur : (a) flux de chaleur $Q_i(t)$, (b) fonction de courant maximale $\Psi_{max}(t)$.

4. CONCLUSION

Les principales conclusions de cette étude peuvent être résumées comme suit :

- Toutes les solutions obtenues en régime variable $Q_e(t)$, $Q_i(t)$ et $\Psi_{max}(t)$ sont périodiques de périodes identiques à celles de la température excitatrice $T_e(t)$ appliquée à la face verticale extérieure. On note également que l'allure de ces oscillations est semblable à celle imposée à l'excitation thermique.

- Les valeurs moyennes de la fonction de courant dépendent de l'amplitude de la température excitatrice alors que pour le flux de chaleur $Q_i(t)$, la valeur moyenne est indépendante de cette amplitude et elle est sensiblement égale à celle du régime permanent. Quant aux amplitudes de $Q_i(t)$ et $\Psi_{max}(t)$, elles dépendent de l'amplitude a de la température excitatrice $T_e(t)$.

- L'émissivité ε affecte considérablement le flux de chaleur global traversant la structure, ainsi que la fonction de courant. En effet, le rayonnement augmente considérablement le flux de chaleur et tend à réduire l'écart des températures des surfaces en regard et par suite diminuer les valeurs maximales et moyennes de la fonction de courant $\Psi_{max}(t)$

5. REFERENCES

1. Abdelbaki, A., Zrikem, Z., Simulation numérique des transferts thermiques couplés à travers les parois alvéolaires des bâtiments, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 38, 719–730, 1999.
2. Ait-Taleb, T., Abdelbaki, A., Zrikem, Z., Numerical simulation of coupled heat transfers by conduction, natural convection and radiation in hollow structures heated from below or above, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 47, 378–387, 2008.
3. del Coz Díaz, J.J., García Nieto, P.J., Martín, A., Lozano Martínez, A., Betegón, C., Non-linear thermal analysis of light concrete hollow brick walls by the finite element method and experimental validation, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 26, 777–786, 2006.
4. del Coz Díaz, J.J., García Nieto, P.J., Betegón, C., Prendes, M.B., Analysis and optimization of the heat-insulating light concrete hollow brick walls design by the finite element method, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 27, 1445–1456, 2007.
5. Li, L.P., Wu, Z.G., Li, Z.Y., He, Y.L., Tao, W.Q., Numerical thermal optimization of the configuration of multi-holed clay bricks used for constructing building walls by the finite volume method, *International Journal of Heat and Mass transfer*, Vol. 51, 3669–82, 2008.
6. AL-Hazmy, M.M., Analysis of coupled natural convection-conduction effects on the heat transport through hollow building blocks, *Energy and Buildings*, Vol. 38, 515–521, 2006.
7. Boukendil, M., Abdelbaki, A., Zrikem, Z., Numerical simulation by the FVM of coupled heat transfers by conduction, natural convection and radiation in honeycomb's hollow bricks, *Building Simulation Journal*, Vol. 2, 263–272, 2009.
8. Boukendil, M., Abdelbaki, A., Zrikem, Z., Étude numérique des transferts de chaleur couplés dans une double paroi alvéolaire, *Revue de Mécanique Appliquée et Théorique*, Vol. 2, N° 3, 285–292, 2010.
9. Kwak, H.S., Kuwahara, K., Hyun, J. M., Resonant enhancement of natural convection heat transfer in a square enclosure, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 41, 2837–2846, 1998.
10. Abourida, B., Hasnaoui, M., Douamna, S., Convection naturelle dans une cavité carrée avec des parois verticales soumises à des températures périodiques, *Rev. Gén. Therm.*, Vol. 37, 788–800, 1998.
11. Lakhal, E. K., Hasnaoui, M., Vasseur, P., Numerical study of transient natural convection in a cavity heated Periodically with different types of excitations, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 42, 3927–3941, 1999.
12. Abdelbaki, A., Zrikem, Z., Haghghat, F., Identification of empirical transfer function coefficients for a hollow tile based on detailed models of coupled heat transfers, *Building and Environment*, Vol. 36, 139–148, 2001.
13. Ait-Taleb, T., Abdelbaki, A., Zrikem, Z., Transfer function coefficients for time varying coupled heat transfers in vertically heated hollow concrete bricks, *Building Simulation Journal*, Vol. 1, 303–310, 2008.