

Ecoulements hypersoniques hors d'équilibre autour de modèles sphériques

N. Belouaggadia

Laboratoire de Calcul Scientifique en Mécanique, Faculté des Sciences Ben M'Sik, Casablanca
Université Hassan II-Mohammedia, Maroc

K. Takayama

Institut des Sciences des Fluides, Université Tohoku, Sendai 980, Japon

T. Hashimoto

Institut des Sciences des Fluides, Université Tohoku, Sendai 980, Japon

R. Brun

Université de Provence, Marseille

Résumé

De nouvelles expériences réalisées dans la soufflerie à choc et à piston libre du Centre de Recherche Interdisciplinaire sur les Ondes de Choc (ISWRC) de Sendai (Japon) ont révélé que les caractéristiques d'écoulements d'air hypersonique autour de modèles hémisphériques sont voisines de celles d'un écoulement quasi-figé : En particulier, les distances de détachement de choc le long de la ligne d'arrêt ne sont que légèrement plus faibles que celles mesurées dans un écoulement figé. Ceci laisse à penser que les conditions de fort déséquilibre régnant à la sortie de la tuyère de la soufflerie sont responsables de ce comportement.

Une nouvelle modélisation de l'écoulement en tuyère et de l'écoulement autour de corps est donc proposée, en se basant sur un modèle statistique récemment mis au point et brièvement exposé ici. Ce modèle est particulièrement adapté aux écoulements hors d'équilibre dans lesquels la relaxation de vibration des espèces moléculaires et la cinétique chimique de ces espèces se produisent simultanément et sont fortement couplées ; ceci est le cas dans les situations examinées ici, pour des écoulements d'air dont l'enthalpie d'arrêt est de l'ordre de 5 et de 10 MJ/kg. Finalement, un bon accord est trouvé entre les distances de détachement de choc mesurées et calculées (2-5 %).

Abstract

Recent experiments have been carried out in the ballistic range and in the free piston shock tunnel of the Interdisciplinary Shock Wave Research Center (ISWRC, Sendai, Japan). They show that characteristic features of hypersonic air flow about hemispherical models, such as the shock stand-off distance, at low and intermediate enthalpies, are unexpectedly close to those obtained in a quasi-frozen flow: This probably results from the simultaneous effects of the vibrational relaxation of molecular species and the chemical kinetics. Thus, the flow about hemispherical bodies is recomputed using a chemical model recently proposed by the authors: this model is adapted to non-equilibrium flows including a strong coupling between the vibrational relaxation and the chemical kinetics, which is the case in the present situations. A good agreement (2-5%) is obtained between measured and computed shock stand-off distances, for enthalpies in the shock tunnel close to 5 and 10 MJ/kg.

1. INTRODUCTION

Il est bien connu que, parmi les quantités aérodynamiques sensibles aux déséquilibres vibrationnels et chimiques accompagnant les écoulements hypersoniques autour d'obstacles, une des plus faciles à mesurer est la distance de détachement de l'onde de choc, en particulier sur la ligne d'arrêt. Une bonne précision peut d'ailleurs être attendue des méthodes expérimentales utilisées : interférométrie et striescopie. Ainsi, dans le passé, les expériences réalisées par Hornung [1] dans une soufflerie à choc et par Lobb [2] dans un tunnel de tir semblent les plus significatives de ce type de mesure. Plus récemment, de telles mesures ont été réalisées à l'amont de projectiles sphériques dans le tunnel de tir de l'ISWRC, pour une gamme de vitesses comprises entre 2500 et 5000 km/s [3] : elles ont en particulier permis de montrer que les résultats de Lobb [2] pouvaient être entachés d'incertitude, compte tenu des conditions de fonctionnement de son installation.

En outre, les mesures au tunnel de tir de l'ISWRC ont été complétées par d'autres, similaires mais effectuées sur des modèles hémisphériques placés à la sortie de la tuyère de la soufflerie à choc et à piston libre de l'ISWRC, pour des enthalpies réservoir de 4,8 et 10,4 MJ/kg MJ [4]. Si les mesures réalisées au tunnel de tir semblent être corrélées correctement, mais approximativement, par le paramètre d'échelle ρR [5], où ρ est la densité de l'écoulement libre et R le rayon de la sphère tout au moins pour des conditions proches des cas figés ou en équilibre, il n'en est pas de même pour les régimes de non équilibre même en utilisant un modèle à deux températures [6]. De même, les mesures effectuées dans la soufflerie conduisent à des valeurs de distance de détachement bien supérieures à celle prévues par ce modèle et qui sont proches de celles correspondant à un régime figé : ces désaccords semblent provenir de l'importante relaxation de vibration associée à une chimie relativement lente rencontrées au tunnel de tir et des conditions vibrationnelles figées de l'écoulement en sortie de tuyère de la soufflerie à choc.

Ainsi, l'un des buts de cet article est de recalculer l'écoulement dans la tuyère et celui autour des corps hémisphériques qui y sont placés en utilisant un modèle statistique physico-chimique récemment développé [7] [8] [9], modèle qui, basé sur une analyse physique prend en compte l'interaction vibration-chimie et est donc ainsi particulièrement bien adapté aux situations considérées ici.

2. DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET CONDITIONS D'EXPERIENCE

2.1 La soufflerie à choc de l'ISWRC.

Les mesures de détachement du choc sont effectuées à la sortie de la tuyère de la soufflerie à choc et à piston libre de l'ISWRC (Sendai). Cette installation est décrite en détail dans la référence [3] et un schéma général est représenté sur la figure 1.

D'une longueur totale de 13 m, elle comprend un réservoir haute pression (70 dm³), un tube de compression de 6 m (diamètre 10 cm), un tube à choc de 2 m (diamètre 4 cm), une tuyère conique adaptée pour des nombres de Mach voisins de 7, une chambre d'expérience et une enceinte à vide. Un piston d'environ 3 kg est utilisé pour comprimer le gaz moteur contenu dans le tube de compression. L'enthalpie maximum obtenue est de l'ordre de 15 MJ/kg.

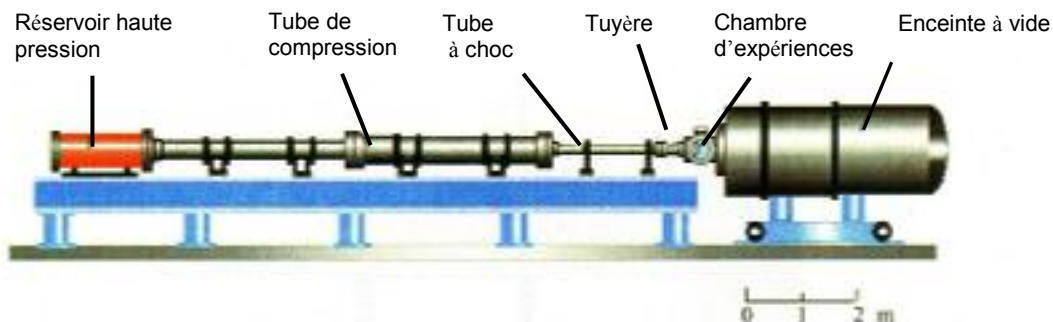


Figure 1: Soufflerie à piston libre de l'ISWRC

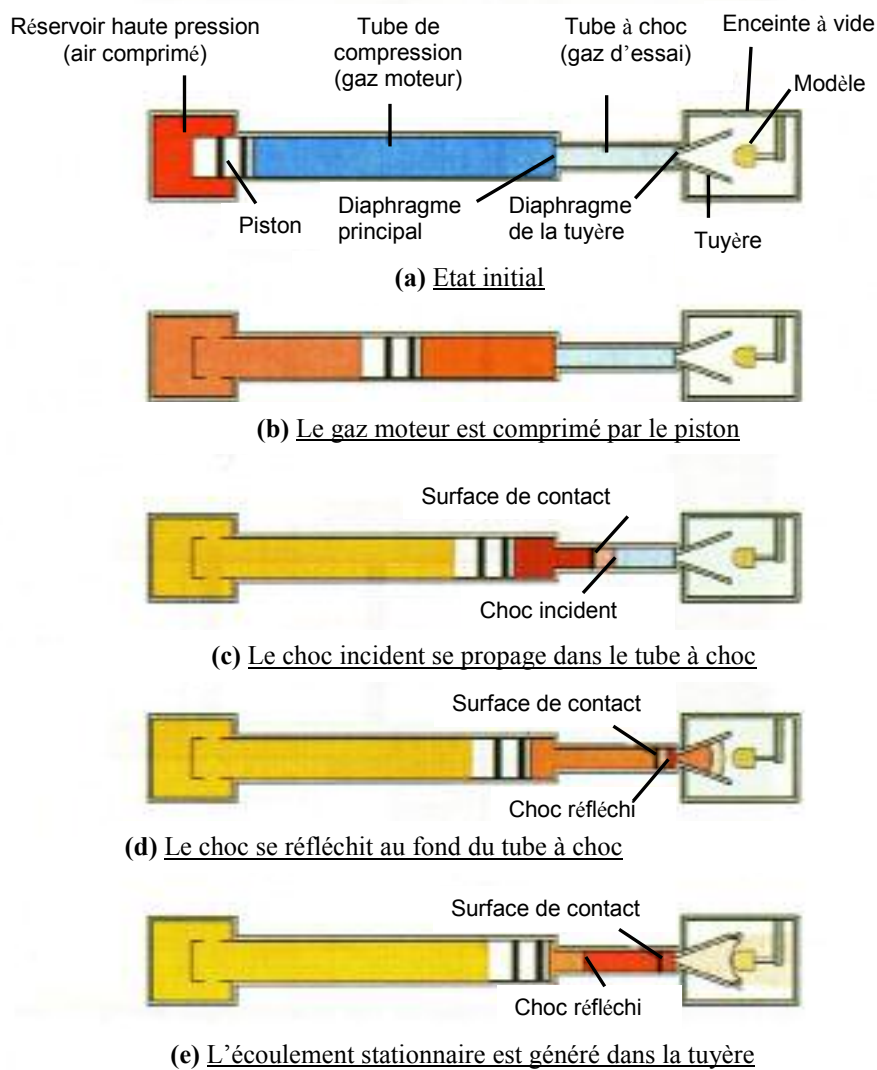


Figure 2: Principe de fonctionnement de la soufflerie

Le principe de fonctionnement est résumé sur la figure 2 : un piston poussé par l'air sous pression du réservoir comprime de l'hélium (ou un mélange hélium/argon) à l'extrémité du tube de compression ; le diaphragme séparant celui-ci du tube à choc se rompt et une onde de choc se propage dans le tube à choc contenant le gaz d'essai (ici de l'air) ; cette onde se réfléchissant à l'extrémité du tube permet d'obtenir une masse d'air à haute température et haute pression qui, en se détendant dans la tuyère, génère un écoulement hypersonique à haute enthalpie d'arrêt : Une modélisation détaillée du processus peut être trouvée dans la référence [4].

2.2. Méthodes de diagnostic et conditions d'expériences.

Des mesures de pression (par capteurs piézoélectriques) sont effectuées dans le tube à choc, elles permettent de connaître la vitesse des ondes de choc incidente et réfléchi ainsi que la pression à l'aval, notamment la pression réservoir (à l'aval du choc réfléchi). Les autres grandeurs réservoir en sont déduites en supposant l'équilibre physico-chimique réalisé (Tableau 1).

Des mesures de pression d'arrêt sont également effectuées à la sortie de la tuyère (conique) dont le schéma est représenté sur la figure 3.

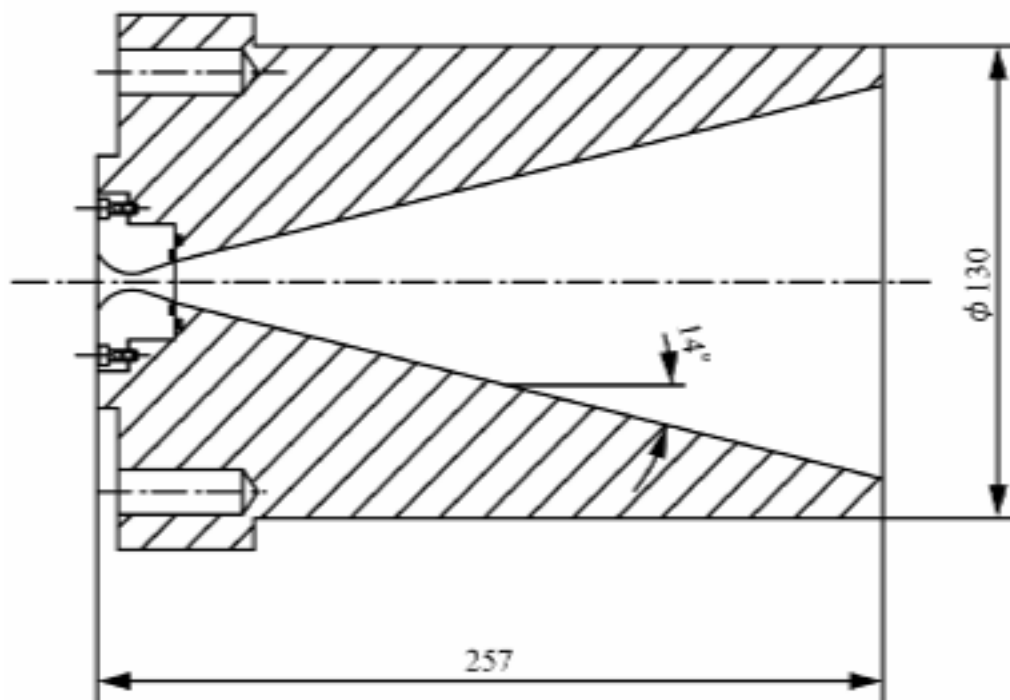


Figure 3. Schéma de la tuyère conique

Outre leur intérêt propre, ces mesures de pression d'arrêt permettent de déterminer la partie uniforme de l'écoulement où peuvent être effectuées les mesures de détachement. Un exemple est représenté sur la figure 4 où un écoulement relativement uniforme est observé dans la partie centrale de l'écoulement sur une distance supérieure à 10 cm. Les durées de rafale utile, déterminées à l'aide d'une sonde sensible à la contamination de l'air par le gaz moteur (Hélium) sont de l'ordre de 1 à 2 ms selon les conditions expérimentales.

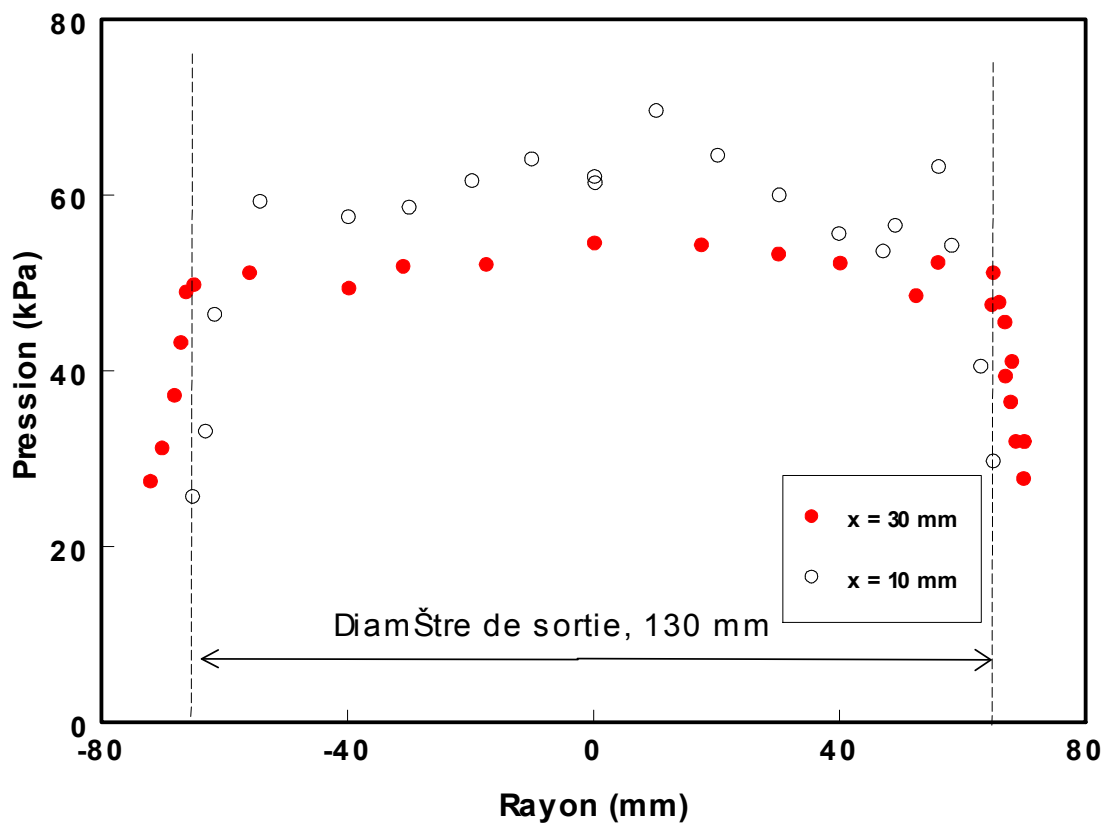


Figure 4: Exemple de distribution de pression d'arrêt expérimentale en sortie de la tuyère (Condition 1) (x : distance à partir de la sortie de la tuyère)

Grandeurs de l'écoulement		Condition 1	Condition 2
Conditions réservoir dans la tuyère	Pression (MPa)	18,0	18,0
	Enthalpie (MJ/kg)	10,4	4,78
	Température (K)	6000	3650
Concentrations molaires	N ₂	0,639	0,748
	O ₂	0,020	0,165
	NO	0,083	0,072
	O	0,242	0,015
	N	0,016	0

Tableau 1 : Conditions réservoir dans la tuyère.

Les mesures de détachement elles-mêmes sont effectuées à la sortie de la tuyère (dans la chambre d'expérience) à l'amont de modèles hémisphériques (cf. paragraphe 4) par strioscopie et interférométrie holographique : la description détaillée de ces méthodes peut être trouvée dans la référence [3].

Deux conditions réservoir sont utilisées correspondant à des enthalpies de 4,8 et 10,4 MJ/kg (respectivement conditions 1 et 2) : ces conditions sont détaillées dans le tableau 1.

3. MODELISATION ET SIMULATION NUMERIQUE

3.1. Modèle physico-chimique.

Les conditions de fonctionnement décrites ci-dessus nécessitent un modèle physico-chimique incluant l'interaction vibration-chimie. Ce modèle, utilisé ici pour le calcul de l'écoulement hypersonique d'air dans la tuyère et autour de corps hémisphériques a été développé dans la référence [7] pour un gaz pur et dans les références [8] et [9] pour un mélange comme l'air.

Considérant ainsi un mélange de gaz réactifs en régime de non-équilibre vibrationnel et chimique constitué d'espèces moléculaire et atomiques, L'équation de Boltzmann pour les molécules p se situant sur un niveau quantique i incluant un niveau rotationnel et un niveau vibrationnel, peut s'écrire :

$$\frac{df_{ip}}{dt} = J_{TRp} + J_{Vp} + J_{Cp} \quad (1)$$

où f_{ip} représente la fonction de distribution des molécules p et où les échanges collisionnels translation-rotation TR, vibrationnel V et chimique C s'opèrent sur différentes échelles de temps τ_{TR} , τ_v et τ_c . De même pour les atomes q , on a :

$$\frac{df_q}{dt} = J_{Tq} + J_{Cq} \quad (2)$$

L'expression formelle des équations de conservation macroscopiques usuelles du mélange est classiquement déduite des équations (1) et (2). On peut de façon analogue, obtenir les équations de conservation des espèces p (incluant également les atomes q) de densité ρ_p et de vitesse \tilde{u}_p , soit :

$$\frac{\partial \rho_p}{\partial t} + \frac{\partial \cdot \rho_p \tilde{u}_p}{\partial r} = \dot{W}_p \quad (3)$$

De même les équations de relaxation vibrationnelle des espèces moléculaires s'écrivent :

$$\frac{de_{vp}}{dt} + \frac{\partial \cdot q_{vp}}{\partial r} = \dot{e}_{vp} + \dot{W}_{vp} \quad (4)$$

où e_{vp} représente l'énergie vibrationnelle moyenne de l'espèce p , q_{vp} le flux correspondant, \dot{e}_{vp} le bilan d'énergie vibrationnelle dû aux collisions inélastiques TV et VV.

\dot{W}_p et \dot{W}_{vp} sont les termes « source » pour les espèces et leur énergie vibrationnelle éventuelle dues aux collisions réactives (termes à modéliser), et les équations (3) et (4) couplées avec les équations de conservation du mélange décrivent la phase de non-équilibre cinétique et vibrationnelle du système. Les termes « source » peuvent être explicités à partir des réactions qui se produisent dans le mélange, soit pour chaque réaction :

$$\sum_p \gamma'_{ps} M_p \rightleftharpoons \sum_p \gamma''_{ps} M_p \quad (5)$$

On a donc : $\dot{W}_p = \sum_s (\dot{W}_{pfs} - \dot{W}_{pbs})$

$$\dot{W}_p = \sum_s M_p (\gamma''_{ps} - \gamma'_{ps}) \left(k_{fs} \prod_p X_p^{\gamma'_{ps}} - k_{bs} \prod_p X_p^{\gamma''_{ps}} \right) \quad (6)$$

où k_{fs} et k_{bs} sont les constantes de vitesse directe et inverse des réactions (5) et X_p les concentrations molaires.

De même à partir de l'équation (1), on peut trouver l'expression formelle de \dot{W}_p soit :

$$\dot{W}_{vp} = \sum_s \left[(e_{vp} - e_{vfs}) \dot{W}_{pfs} - (e_{vp} - e_{vbs}) \dot{W}_{pbs} \right] \quad (7)$$

où e_{vfs} , e_{vbs} représentent l'énergie de vibration perdue du fait de la réaction directe et inverse respectivement.

La résolution des équations (1) par une méthode de Chapman-Enskog généralisée (GCE) [11], [12] permet d'obtenir une expression des constantes de vitesse k_{fs} et k_{bs} tenant compte d'un déséquilibre vibrationnel « modéré », soit :

$$k_{fs} = \bar{k}_{fs} \left[1 + \left(\frac{e_{vfs} - \bar{e}_v}{kT} \right) \left(\frac{e_v - \bar{e}_v}{\bar{e}_v} \right) \right] \quad (8)$$

où les quantités barrées représentent ces quantités à l'équilibre.

Compte tenu d'un modèle d'oscillateur anharmonique, où peut en outre montrer [7] que e_{vfs} (et e_{vbs}) peuvent s'exprimer en fonction de l'énergie d'activation, de dissociation, ou de recombinaison e_{cs} selon le type de réaction considéré : cette expression est voisine de $0.3 e_{cs}$.

3.2 Application aux écoulements d'air hypersonique.

Pour des températures comprises entre 500 et 1500 K, on considère généralement que 17 réactions peuvent se produire, soit 15 réactions de dissociation des espèces moléculaires N_2 , O_2 , et NO et deux réactions d'échange impliquant NO : elles concernent donc un mélange de 5 espèces (N_2 , O_2 , NO , O et N). Compte tenu des réactions inverses, 34 réactions sont possibles et les valeurs des constantes k_{fs} et k_{bs} données dans la référence [13] sont utilisés dans l'expression des constantes de vitesse hors d'équilibre [8].

Il est cependant à remarquer que 6 réactions de recombinaison n'impliquant que des atomes ne sont pas prises en compte par le présent modèle, ce qui rejoint d'ailleurs l'hypothèse généralement admise de non-dépendance de ces réactions vis-à-vis de la distribution vibrationnelle des molécules recombinées [14].

Les équations de Navier-Stokes du mélange, complétées des équations de conservation (3) et (4) peuvent alors être résolues, compte tenu du fait que les termes de transport apparaissant dans ces équations sont également explicités par la méthode GCE [12]. Cette résolution est d'abord opérée dans la tuyère hypersonique décrite ci-dessus à partir des conditions réservoir 1 et 2, de façon à déterminer l'écoulement à la sortie. Ensuite, ces équations sont résolues autour des modèles hémisphériques placés à cette sortie. On en déduit enfin les valeurs des distances de détachement (paragraphe 4).

3.3 Méthode numérique de résolution des équations

Les équations de Navier-Stokes du mélange, complétées des équations de conservation (3) et (4) peuvent se mettre sous la forme d'un système conservatif qui peut s'écrire de la manière suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + H = \Omega \quad (9)$$

avec $U = (\rho_1, \dots, \rho_5, \rho U, \rho V, \rho e, \rho_1 e_{v1}, \rho_2 e_{v2})$

F et G sont les vecteurs contenant les termes de flux convectif et diffusif dans chacune des directions x et y. H est le vecteur axisymétrique, Ω est le vecteur source. Ses composantes sont formées par les termes source chimique et vibrationnel.

Nous avons choisi une méthode numérique complètement implicite aux différences finies d'ordre 2 en temps et en espace [10]. L'algorithme de calcul associé à chaque itération est basé sur un schéma à deux pas prédicteur-correcteur.

Schéma numérique

Le domaine de calcul est discrétisé suivant un maillage rectangulaire composant $IM \times JM$ points. Un point quelconque de ce maillage est noté (i,j) . Le temps étant le paramètre itératif, notons Δt le pas en temps. Si à l'instant $(n)\Delta t$ on connaît toutes les variables dans le domaine du calcul, on les détermine à l'instant $(n+1)\Delta t$. L'approche implicite consiste en fait à considérer le système d'équations (9) au pas de temps $(n+1)\Delta t$, c'est-à-dire à supposer que les variables au point (i,j) dépendent des variables aux autres points au même instant.

L'état stationnaire est obtenu par l'intermédiaire d'une succession d'itérations avec le temps comme paramètre de calcul. Δt est tel que :

$$\Delta t = CFL [\min_{i,j} (\Delta t_{x_{ij}}, \Delta t_{y_{ij}})]$$

Où CFL est un facteur multiplicatif dont la valeur peut varier entre 1 et 60 suivant la géométrie étudiée, les maillages utilisés et les phénomènes physiques pris en compte.

4. RESULTATS ET DISCUSSION

4.1. Modélisation de l'écoulement dans la tuyère

Les valeurs des principales grandeurs aérodynamiques et physico-chimiques obtenues à la sortie de la tuyère (partie centrale) à l'aide des modèles physique et numérique précédents (paragraphe 3) sont données dans le tableau 2 pour les conditions 1 et 2

	Condition 1	Condition 2
Température (K)	420	310
Nombre de Mach	7,25	6,89
Vitesse	4120	2780
$T_{v_{N_2}}$	2120	1900
$T_{v_{O_2}}$	900	800
Concentrations massiques		
O_2	0,16	0,12
NO	0,07	0,06

Tableau 2 : Grandeurs calculées en sortie de la tuyère.

Des exemples de profils axiaux de températures et de concentrations d'espèces calculés pour la condition 1 sont représentés respectivement sur les figures 5 et 6 : le figeage des températures de vibration de O_2 et N_2 y est clairement visible, ainsi que celui des concentrations, figeage qui se produit quelques centimètres après le col.

Un calcul des pressions d'arrêt a également été réalisé dans la section de sortie de la tuyère pour la condition 1 et les résultats sont comparés aux valeurs expérimentales mesurées à 30 mm de la sortie de la tuyère où sont placés les modèles hémisphériques : En dépit de l'effet de source caractéristique des tuyères coniques, on peut constater un accord raisonnable entre les deux profils mesurés et calculés, non seulement dans la partie centrale mais aussi dans la couche limite.

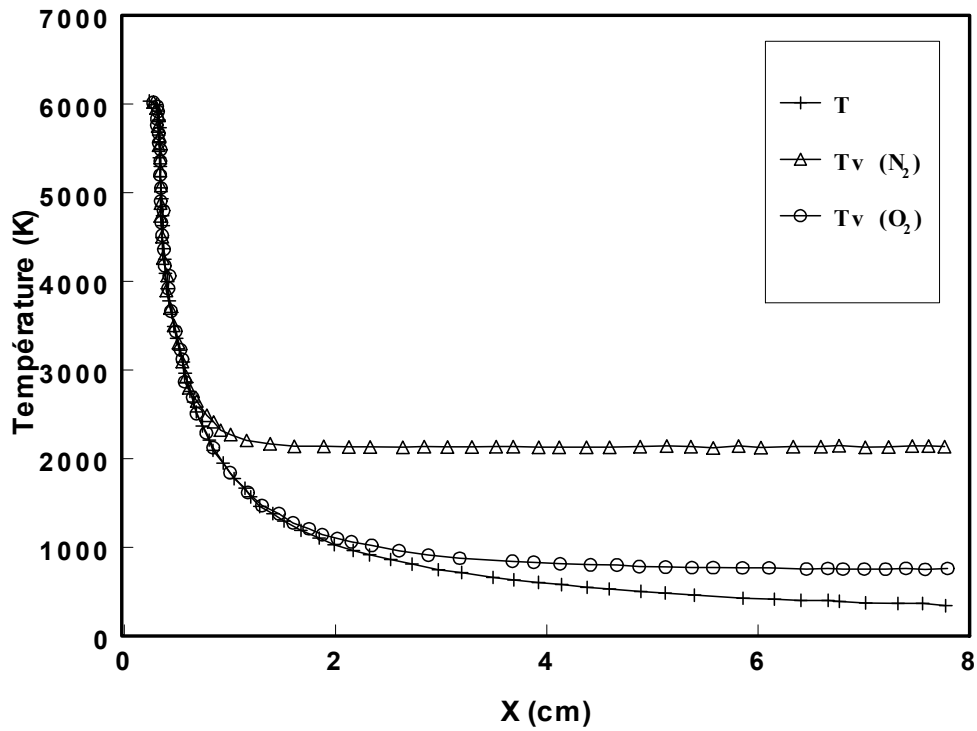


Figure 5 : Profils axiaux des températures le long de la tuyère (condition 1)

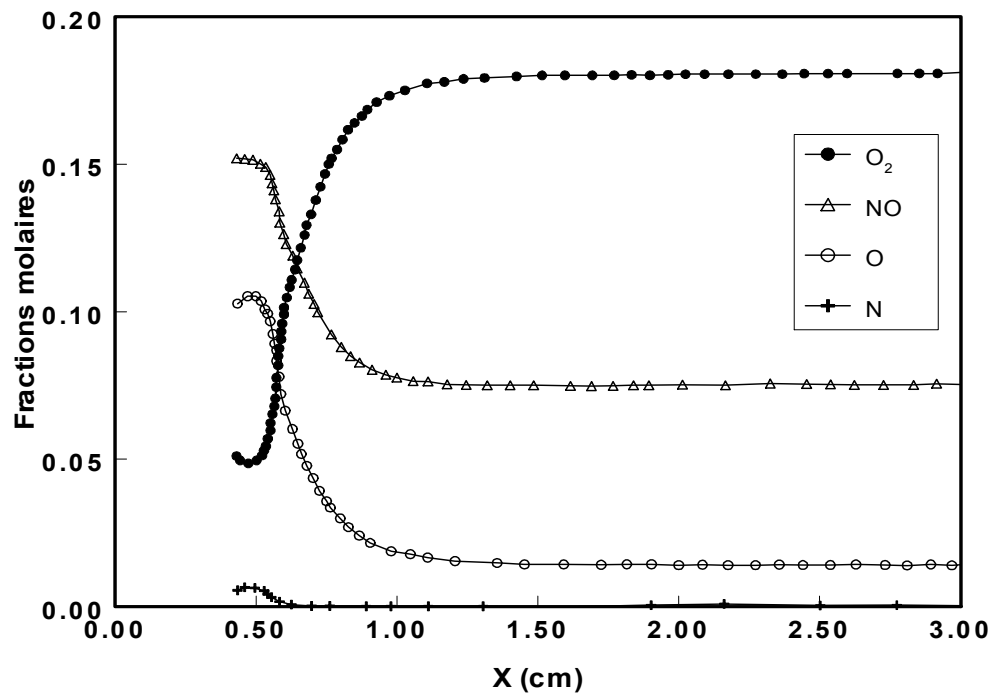


Figure 6 : Profils axiaux des concentrations molaires le long de la tuyère (condition 1)

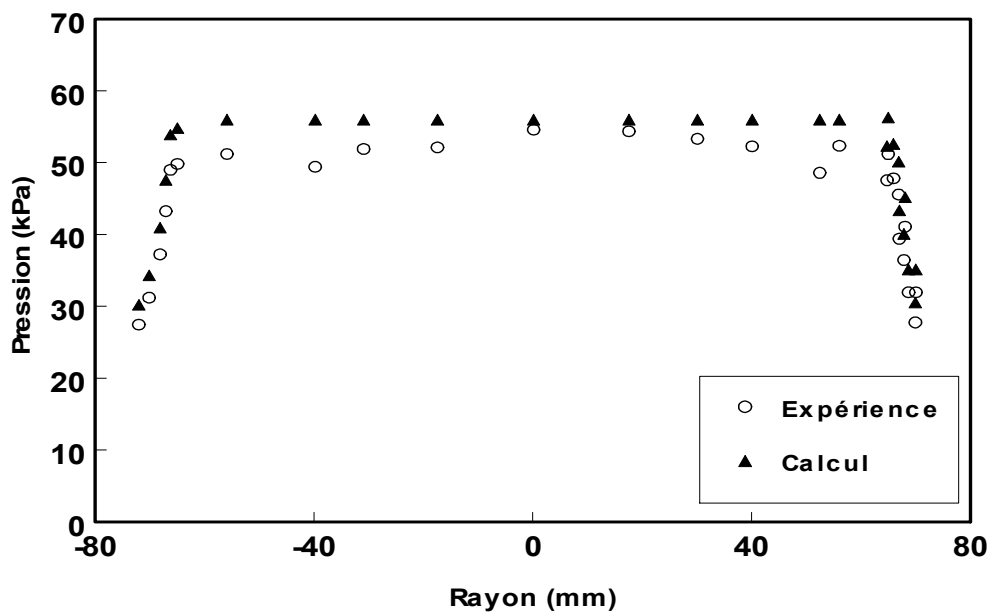


Figure 7 : Comparaison des valeurs théoriques et expérimentales des pressions d'arrêt en sortie de tuyère (Condition 1)

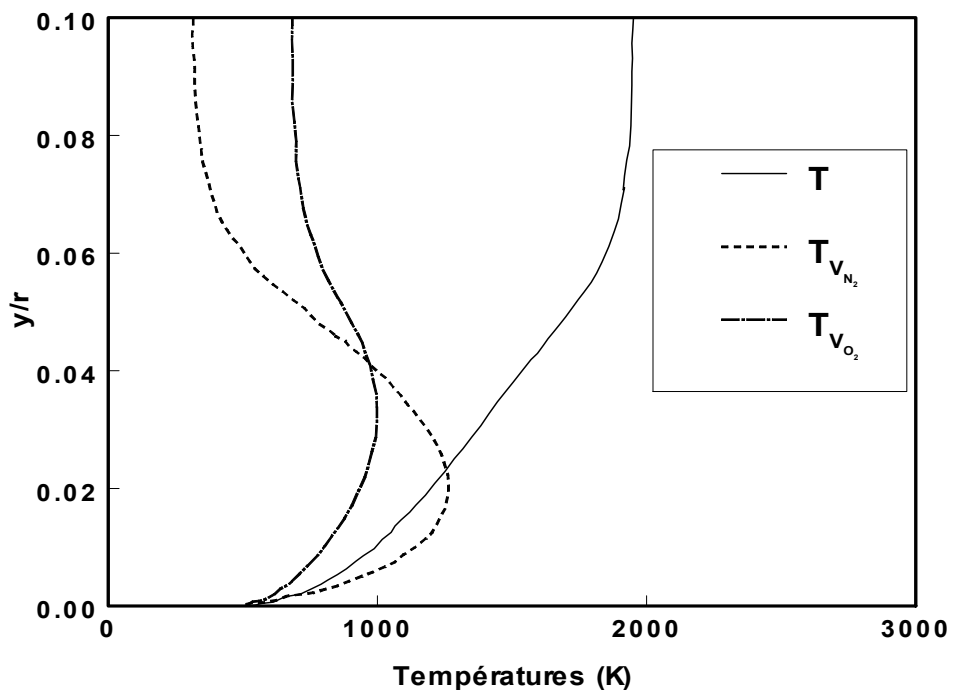


Figure 8 : Profils transversaux des températures à la sortie de la tuyère (Condition 1) (r : rayon de la sortie).

Cet accord est corroboré par les profils transversaux de températures T et T_v calculés en sortie de la tuyère et en particulier l'ordre de grandeur de la couche limite (Figure 8)

4.2 Ecoulement autour de corps hémisphériques

Un exemple d'évolution des températures calculées le long de la ligne d'arrêt d'un hémisphère-cylindre est représenté sur la figure 9 et celles des espèces sur la figure 10 : il est clair qu'en raison du figeage de ces grandeurs dans l'écoulement libre, les effets de nonéquilibre sont fortement réduits dans l'écoulement autour du corps.

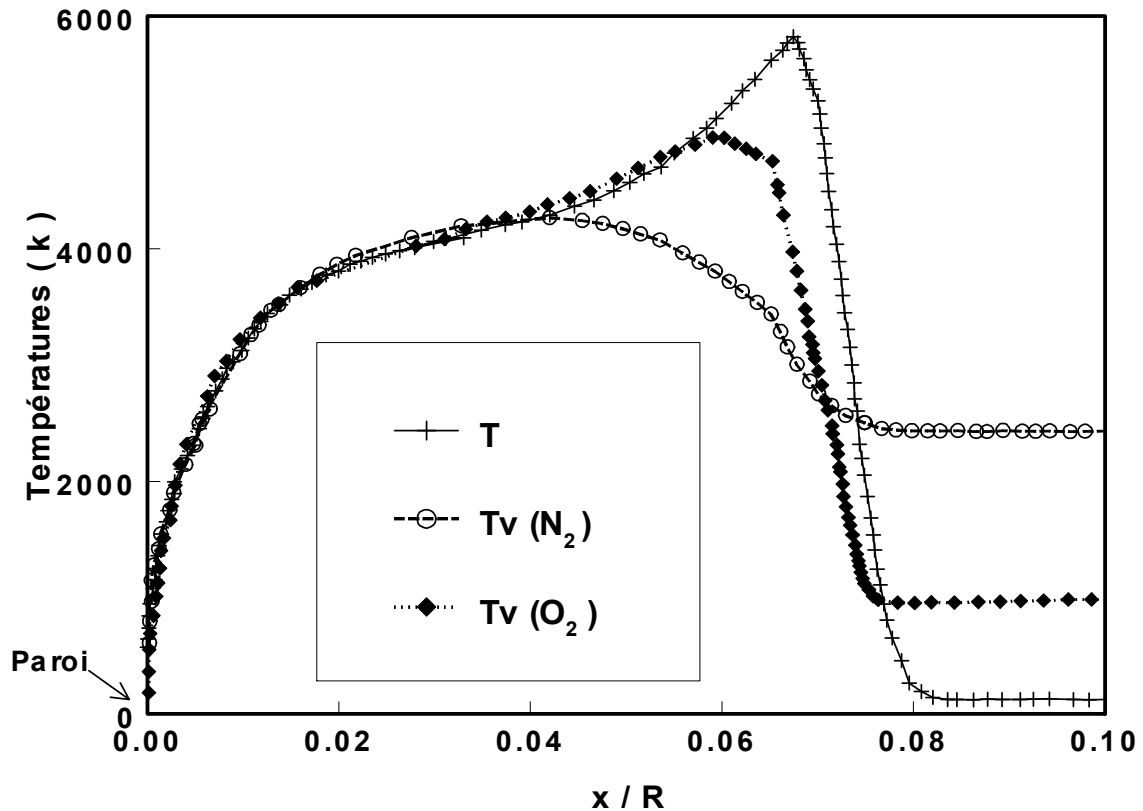


Figure 9 : Profils des températures le long de la ligne d'arrêt (Condition 1, paroi non catalytique, R rayon de la sphère)

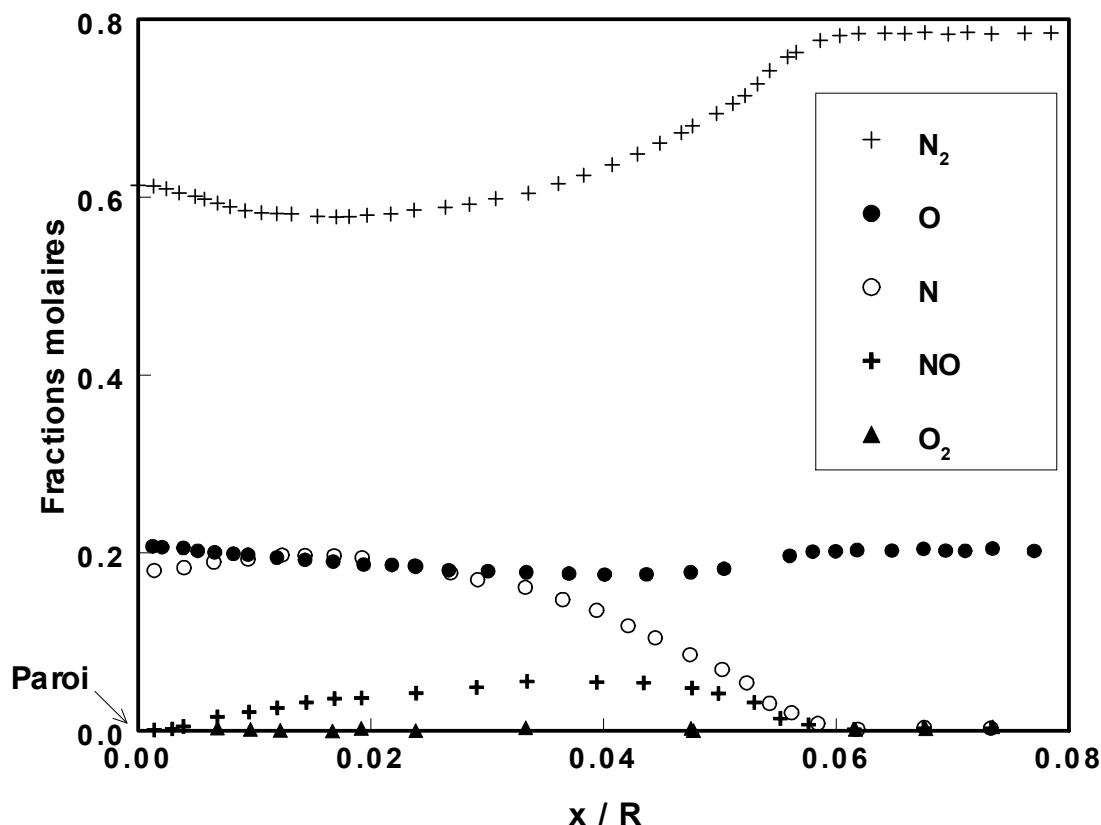


Figure 10 : Profils des fractions molaires le long de la ligne d'arrêt. (Condition 1, paroi non catalytique, R : rayon de la sphère)

4.3 Distances de détachement choc-obstacle.

La distance de détachement du choc calculée le long de la ligne d'arrêt est déduite des calculs précédents pour les conditions 1 et 2 (Tableau 1) et pour des sphères de rayon 1.25, 2.5 et 5 cm.

La comparaison avec les valeurs correspondantes mesurées par interférométrie et strioscopie est représentée sur le tableau 3.

L'accord entre les valeurs mesurées et calculées est très satisfaisant puisque il se situe dans une fourchette de 2 à 5 %, ce qui, compte tenu d'incertitudes expérimentales du même ordre, permet de valider le processus de modélisation et de calcul relativement complexe mis en œuvre. Les valeurs sont également comparées à celles que l'on obtiendrait si l'écoulement autour du corps restait figé à des valeurs correspondant à celles de sortie de tuyère : On voit ainsi qu'effectivement les valeurs de la distance de détachement mesurées ne sont que de l'ordre de 10% inférieures à celles correspondant à un écoulement figé.

	Rayon de la sphère (mm)	Distance réduite de détachement choc Δ / R (figée)	Distance réduite de détachement choc (calculée)	Distance réduite de détachement du choc (mesurée)
Condition 1	25	0,139	0,133	0,129
	50	0,139	0,127	0,121
Condition 2	12,5	0,138	0,132	0,136
	25	0,138	0,128	0,130
	50	0,138	0,126	0,120

Tableau 3 : Distance de détachement du choc.

Il est également à remarquer que les distances de détachement dépendent peu des conditions physico-chimiques 1 ou 2, étant donné le figéage important et les conditions aérodynamiques (nombre de Mach élevé [15]).

On peut noter aussi que l'écart maximum entre résultats de calcul et d'expérience est observé pour le rayon de sphère maximum (5 cm) : dans ce cas, l'uniformité de l'écoulement libre en amont de la sphère peut être mis en doute et il est alors possible que les interactions choc-couche limite ainsi que des effets de source en sortie de tuyère aient une influence non négligeable sur les mesures de détachement.

5. CONCLUSION

Des améliorations peuvent encore, sans nul doute, être apportées au calcul des écoulements hors d'équilibre en tuyère et autour de corps en ce qui concerne en particulier la modélisation de l'interaction vibration-recombinaison.

Par ailleurs, une prise en compte plus détaillée de l'écoulement libre en amont des corps étudiés serait utile surtout en ce qui concerne les variations de cet écoulement le long du corps (effet de source). Cependant, les résultats présentés ici représentent une étape importante dans la compréhension et la modélisation des écoulements hors d'équilibre vibrationnel et chimique. Des comparaisons similaires sont prévues pour des corps de rentrée balistiques.

6. REFERENCES

1. Hornung, H. G., Non-Equilibrium Dissociation Nitrogen Flow Over Spheres and Circular Cylinders, *J. Fluid Mech.*, 53, 149-176, (1972).
2. Lobb, R. K., Experimental Measurement of Shock Detachment Distance on Spheres Fired in Air at Hyper velocities, *The High Temperature Aspects of Hypersonic Flow*, Nelson, W. C., ed., Pergamon Press, New York, 519-527, (1964).
3. Hachimoto T., Analytical and Experimental Study of Hypersonic Nozzle Flows in Free Piston Shock Tunnel, PHD Thesis, A0TD1606, Tohoku University, (2003).
4. Furudate, M., Nonaka, S., and Sawada, K., Behavior of Two Temperature Model in Intermediate Hypersonic Regime, *J. of Thermophysics and Heat Transfer*, 13, 424-430, 1999.
5. Anderson, Jr., J. D., *Hypersonic and High Temperature Gas Dynamics*, McGraw-Hill, New York, (1989).
6. Park, C., Assessment of Two Temperature Kinetic Model for Ionizing Air of, *J. of Thermophysics and Heat Transfer*, 3, 233-244, (1989).

7. Belouaggadia N. , Brun R., Chemical rate constant in nonequilibrium flows, *J. of Thermophysics and Heat Transfer*, 12, 4, 482, (1998).
8. Belouaggadia N., Saito T., Brun R., Takayama K; A statistical model for vibration-chemical reaction interaction : extension to gas mixture, *Rarefied Gas Dynamics: 24th International Symposium, Bari*, (2004).
9. Belouaggadia N., Saito T., Brun R. Takayama K., Vibration ionisation coupling in nonequilibrium flows, *Proceedings of the International Symposium on Interdisciplinary Shock Wave Research*, 79-86, Sendai, Japan, 2004.
10. Maccormack R.W, Candler G., The Solution of The Navier Stokes Equations Gauss-Seidel Line Relaxation, *Computers and Fluids* 17: 135-155, (1989).
11. M.N.Kogan, V. S. Galkin, N. K. Makashev: Generalized Chapman-Enskog method- Derivation of the nonequilibrium gas dynamics equations. In Campargue R (ed) *Rarefied gas Dynamics*, CEA Paris, pp. 693-734, (1979)
12. R. Brun , MP. Vila, JG. Méolans:. In: Oguchi M (ed) *Rarefied Gas Dynamics*, Univ Tokyo Press, Tokyo, pp 593-599, (1984).
13. C. Park: Review of finite-rate chemistry models for air dissociation and ionisation. In Capitelli M (ed) *Molecular Physics and Hypersonic Flows*, NATO.ASI Series, Kluwer Acad Pub, pp. 581-596, (1996).
14. Park, C., A Review of Reaction Rates in High Temperature Air, *AIAA Paper 89-1740*, (1989).
15. Probstein H., *Hypersonic flow theory*, Academic Press, (1959).