

## **Comportement vibro - acoustique d'un système à double parois**

L. Hammami

Unité de Mécanique, Modélisation et Production (U2MP), Département de Génie Mécanique  
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax BP. W. 3038 Sfax Tunisie

Moez Abdennadher

Unité de Mécanique, Modélisation et Production (U2MP), Département de Génie Mécanique  
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax BP. W. 3038 Sfax Tunisie

Mohamed Haddar

Unité de Mécanique, Modélisation et Production (U2MP), Département de Génie Mécanique  
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax BP. W. 3038 Sfax Tunisie

### **Résumé**

L'étude du comportement vibro-acoustique d'un système constitué de deux parois finies enfermant une cavité d'air nécessite la modélisation du comportement vibratoire des parois, du joint support des parois, de la cavité d'air et de l'interaction entre cavité et parois. La formulation variationnelle associée est établie pour les parois, le joint et la cavité. Sa discrétisation par éléments finis conduit à un système aux valeurs propres dont la résolution permet la détermination des fréquences et des modes propres. Les résultats numériques de l'analyse vibratoire du système, à double vitrage, étudié permet d'affirmer la présence de deux grandes familles de modes propres pour lesquelles le couplage vibro-acoustique est absent pour la première famille et très fort pour la deuxième famille.

### **Abstract**

The paper deals with the vibro-acoustic behaviour of a system composed of double panels coupled with a fluid cavity. The vibro-acoustic analysis requires the modelling of the fluid cavity, the panels, the joint support panels and the fluid-structure interaction. Variational formulation of the coupled system is established. Its discretisation by finite elements method leads to an eigenvalues problem which allows the determination of vibro-acoustic eigen-frequencies and eigenmodes. The numerical results of the vibratory analysis shows the presence of two eigenmode families for which the vibroacoustic coupling is absent for the first one and very important for the second one.

**Mots clés :** Double parois, Joints, Interaction fluide – structure, Eléments finis, Modes vibro-acoustiques

**Key words :** Double panels, Joints, Fluid – structure interaction, Finite elements, Vibroacoustics mode shapes

## **1. INTRODUCTION**

Depuis le début du vingtième siècle, le domaine vibro-acoustique n'a cessé de se développer. Les premières études ont porté surtout sur le problème de la transparence aux bruits aériens des parois simples et multiples infinies, mais malgré l'intérêt pratique évident qu'elles présentent, elles ne

peuvent pas prétendre expliquer l'ensemble des phénomènes qui apparaissent. S'il est facile de trouver dans la littérature des études sérieuses et fiables concernant les parois simples finies [1, 2, 3], tel n'est pas le cas pour les parois doubles. En effet, bien que les systèmes en doubles parois soient très utilisées en architecture ainsi que dans d'autres domaines tels que les industries automobiles et aéronavales, peu d'auteurs ont traité ce problème.

L'étude et l'analyse du comportement vibratoire des structures couplées avec un fluide compressible et tout particulièrement le calcul des modes vibro-acoustiques de double parois en verre enfermant une cavité d'air, fait intervenir de nombreux aspects de la mécanique tel que l'acoustique, le couplage vibro-acoustique, le calcul des structures. Les méthodes numériques, et tout particulièrement la méthode des éléments finis, sont bien adaptées pour résoudre de tels problèmes complexes. London [4] est le premier en 1950 qui s'est intéressé à l'étude du système à double parois en utilisant un schéma simple : deux parois minces infinies séparées par un fluide parfait. Vers la fin des années 60, Sewell [5] a étudié la transmission acoustique à travers une paroi simple bafflée puis à travers deux parois finies identiques, chacune simplement appuyée sur un baffle infini rigide.

Mason et Fahy [6] (1988) ont développé un modèle théorique simple représentant une double parois infinie sans élasticité, montée sur des ressorts avec amortissement. Pour résoudre le problème de transmission acoustique à travers les double parois finies bafflées, Bouhioi [7] a développé une méthode mixte, basée sur une formulation par élément finis pour la structure et le fluide interne et une formulation par équations intégrales pour le fluide extérieur. Haddar [12] propose un modèle numérique pour l'étude d'un système couplé fluide structure basé sur l'utilisation d'une formulation variationnelle en termes de pression pour le fluide et en termes de déplacements pour la structure. Ce modèle conduit, pour la détermination des modes élasto-acoustiques, à un système matriciel qui ne correspond pas à un problème aux valeurs propres classiques et nécessite des développements importants.

Le modèle numérique, qu'on a développé, est basé sur l'utilisation d'une formulation variationnelle, en termes de déplacement pour la structure élastique et en termes de pression et du potentiel des déplacements pour la cavité remplie de fluide parfait compressible. Ce modèle conduit à un problème aux valeurs propres classiques pour la détermination des fréquences et des modes vibro-acoustiques d'un système double parois.

La formulation variationnelle de la structure couplée avec la cavité de fluide est présentée. Sa discrétisation par éléments finis pour les structures et la cavité fluide conduit à l'équation matricielle gouvernant le mouvement du système vibro-acoustique.

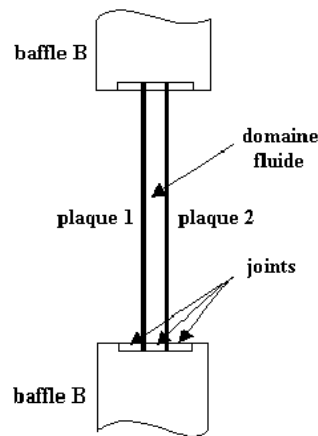
Les résultats numériques de l'étude vibratoire sont présentés pour une cavité d'air limitée par deux plaques de verre encastrées dans un premier cas, et par deux plaques de verre reliées par un joint élastique à leurs bords dans un deuxième cas. Une étude et une analyse des résultats sont proposées.

## 2. EQUATIONS DU PROBLEME

Le système en double parois (figure 1) est constitué de deux plaques minces reliées bord à bord par un joint, enfermant une cavité de fluide. L'ensemble plaque-cavité est relié par d'autres joints à un baffle rigide et infini. Le champ de déplacement de la plaque  $\vec{w}(M,t)$ , du joint  $\vec{u}(M,t)$  et la pression dans la cavité  $p(M,t)$  s'écrivent pour une étude vibratoire:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\mathbf{w}}(\mathbf{M}, t) = \text{Re} \left( \bar{\mathbf{w}}(\mathbf{M}) \cdot e^{-j\omega t} \right) \\ \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{M}, t) = \text{Re} \left( \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{M}) \cdot e^{-j\omega t} \right) \\ \mathbf{p}(\mathbf{M}, t) = \text{Re} \left( \mathbf{p}(\mathbf{M}) \cdot e^{-j\omega t} \right) \end{array} \right. \quad (1)$$

$\omega$  est une pulsation (variable) du système,  $\mathbf{M}$  est un point du milieu considéré.



**Figure 1:** système en double parois.

L'équation de flexion des plaques minces de Love Kirchhoff s'écrit [7, 8]:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_i \Delta^2 w_i - \sigma_{si} \omega^2 w_i = p_i \quad \text{dans } \Sigma_i \quad (i = 1, 2) \\ \mathbf{C}_p(w_i(x, y)) = 0 \quad \text{sur le bord } \partial\Sigma_i \quad (i = 1, 2) \end{array} \right. \quad (2)$$

$\Sigma_i$  et  $\partial\Sigma_i$  sont respectivement la surface moyenne de la plaque et son bord,  $\sigma_{si}$  est la masse surfacique de la plaque,  $D_i$  est la rigidité à la flexion de la plaque et  $p_i$  la pression du fluide sur la plaque.  $\mathbf{C}_p$  représente l'opérateur des conditions aux limites (plaques encastées, plaques reliées aux baffles par joints).

Les joints sont modélisés par des appuis élastiques (ressorts) :

$$f_i = k_i w_i \quad (i = 1, 2) \quad (4)$$

avec  $f_i$  et  $k_i$  sont respectivement l'effort et la raideur du joint.

Le joint intérieur entre les deux plaques est un solide élastique de volume  $V$  dont le champ de déplacement est la solution de l'équation [9]:

$$\{\text{div}.\{\sigma\}\} - \rho_j \omega^2 \{u\} = \{0\} \quad \text{dans } V \quad (5)$$

$\rho_j$  est la masse volumique du joint.

La pression dans la cavité fluide est solution de l'équation d'Helmholtz [7, 10, 11, 12] :

$$(\Delta + k^2)p = 0 \quad (6)$$

$k = \omega/c$  est le nombre d'onde acoustique.

Les deux conditions de couplage vibro-acoustique fluide-plaque s'écrivent [7,10,11,12,13] :

$$\frac{\partial p}{\partial n_i} = \rho_0 \omega^2 w_i \quad \text{sur } \Sigma_i \quad (i = 1,2) \quad (7)$$

$$- p n_j = \sigma_{ij} n_j \quad \text{sur } \Sigma_i \quad (i = 1,2) \quad (8)$$

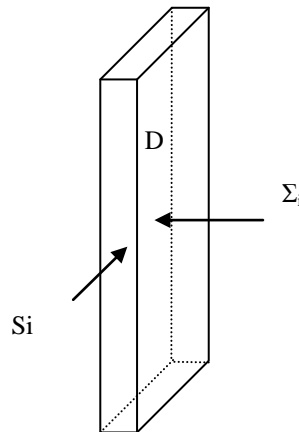
$\vec{n}$  est la normale à la surface de la plaque (figure 2),  $\rho_0$  est la masse volumique du fluide.

La condition de couplage fluide-joint se traduit par [7, 10, 11, 12, 13] :

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \rho_0 \omega^2 u \cdot n \quad \text{sur } S_i \quad (9)$$

$$- p n_j = \sigma_{ij} n_j \quad \text{sur } S_i \quad (10)$$

$\vec{n}$  est le vecteur normale sortante de la surface  $S_i$ , surface du joint en contact avec le fluide D (figure 2).



**Figure 2:** Cavité fluide

### 3. FORMULATION VARIATIONNELLE DU PROBLEME

Considérons une fonction arbitraire  $q(x, y, z)$  régulière dans le domaine fluide  $D$ , l'application de la deuxième formule de Green donne la formulation variationnelle du domaine fluide associée à l'équation d'Helmholtz qui s'écrit [7, 10, 12, 14]:

$$\frac{1}{\rho_0 \omega^2} \left[ \int_{(D)} \left( \overrightarrow{\text{grad}} q \cdot \overrightarrow{\text{grad}} p - k^2 qp \right) dV \right] = \frac{1}{\rho_0 \omega^2} \int_{(S)} q \frac{\partial p}{\partial n} dS \quad (11)$$

quelque soit  $q$  statiquement admissible.

En tenant compte des conditions de couplage (7) et (9), le second membre de la formulation variationnelle s'écrit sous la forme :

$$\int_S q \frac{\partial p}{\partial n} dS = \rho_0 \omega^2 \left[ \int_{\Sigma_1} -w_1 q dS + \int_{\Sigma_2} w_2 q dS + \int_{S_i} u.n. q dS \right] \quad (12)$$

La formulation variationnelle du fluide (11) est composée d'une forme bilinéaire symétrique  $B^0(q,p)$  et d'une forme linéaire  $L^0(q)$ . La pression  $p$  solution de la formulation variationnelle rend stationnaire la fonctionnelle  $U^0$ :

$$U^0(p) = \frac{1}{2} B^0(p,p) - L^0(p) \quad (13)$$

La formulation variationnelle de la plaque élastique s'écrit [7, 8, 10, 13, 15] :

$$\int_{\Sigma_i} \left\{ \boldsymbol{\varepsilon}_i(\mathbf{w}) \right\}^t [D_i] \left\{ \boldsymbol{\varepsilon}_i(\delta \mathbf{w}) \right\} dS - \omega^2 \int_{\Sigma_i} \sigma_{si} w_i \cdot \delta w_i \cdot dS = \int_{\Sigma_i} p_i \cdot \delta w_i dS + \int_{\partial \Sigma_i} f_i \cdot \delta w_i ds$$

$\forall \delta w_i$  cinématiquement admissible (i=1,2) (14)

$[D_i]$  est la matrice d'élasticité de la plaque  $i$ ,  $\left\{ \boldsymbol{\varepsilon}_i \right\}$  le vecteur des déformations généralisées.

Les termes de couplage peuvent s'écrire sous la forme :

$$\int_{\Sigma_1} p_1 \cdot \delta w_1 \cdot dS = \int_{\Sigma_1} -p \cdot \delta w_1 dS \quad \text{plaque } \Sigma_1 \quad (15)$$

$$\int_{\Sigma_1} p_2 \cdot \delta w_2 \cdot dS = \int_{\Sigma_2} p \cdot \delta w_2 dS \quad \text{plaque } \Sigma_2 \quad (16)$$

La formulation variationnelle (14) est composée d'une forme bilinéaire symétrique  $B^i(w_i, \delta w_i)$  et d'une forme linéaire  $L^i(\delta w_i)$ . La flèche  $w_i$  solution rend stationnaire la fonctionnelle d'énergie  $U^i$  :

$$U^i(w_i) = \frac{1}{2} B^i(w_i, w_i) - L^i(w_i) \quad (i = 1, 2) \quad (17)$$

La formulation variationnelle du joint intérieur s'écrit [9, 10, 13, 15]:

$$\int_V \{\delta \varepsilon\}^t [H] \{\varepsilon\} dV - \rho_J \omega^2 \int_V \delta u \cdot u dV - \int_{S_i} \delta u \cdot p \cdot n dS = 0$$

$\forall \delta u$  cinématiquement admissible

(18)

La formulation variationnelle (18) est composée d'une forme bilinéaire symétrique  $B^V(u, \delta u)$  et d'une forme linéaire  $L^V(\delta u)$ . Le vecteur  $u$  solution rend stationnaire la fonctionnelle d'énergie associée :

$$U^V(u) = \frac{1}{2} B^V(u, u) - L^V(u) \quad (19)$$

La formulation variationnelle totale est la somme des formulations variationnelles élémentaires des différentes parties du système (plaques, joint, cavité fluide). En effet, l'interaction fluide structure permet le couplage des différentes formulations élémentaires par le biais du travail engendré par la pression du fluide sur les différentes parois élastiques en contact avec le fluide (plaques 1 et 2 et joint).

En introduisant une nouvelle variable  $\pi$  potentiel des déplacements du fluide, la fonctionnelle associée à cette formulation s'écrit [7, 10, 12, 13]:

$$\begin{aligned} U(w_1, w_2, u, p, \pi) = & \frac{1}{2} \int_{(\Sigma_1)} \{\varepsilon_1\}^t [D_1] \{\varepsilon_1\} dS + \frac{1}{2} \int_{(\Sigma_2)} \{\varepsilon_2\}^t [D_2] \{\varepsilon_2\} dS \\ & + \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^t [H] \{\varepsilon\} dV + \frac{1}{2} \int_D \frac{1}{\rho_0 c^2} p^2 dD - \omega^2 \left[ \frac{1}{2} \int_{\Sigma_1} \sigma_{s1} w_1^2 d\Sigma_1 \right. \\ & + \frac{1}{2} \int_{\Sigma_2} \sigma_{s2} w_2^2 d\Sigma_2 + \frac{1}{2} \rho_J \int_V u^2 dV - \frac{1}{2} \int_D \frac{1}{\rho_0} (\overrightarrow{\text{grad}} \pi)^2 dD - \int_D \frac{1}{\rho_0 c^2} p \pi dD \\ & \left. + \int_{\Sigma_1} w_1 \pi dS - \int_{\Sigma_2} w_2 \pi dS - \int_{S_i} u \cdot n \pi dS \right] \end{aligned} \quad (20)$$

avec :

$$\pi = - \frac{p}{\omega^2} \quad (21)$$

L'équation (21) indique que la pression est la dérivée seconde temporelle du potentiel des déplacements du fluide  $\pi$ . Son introduction rend la fonctionnelle symétrique [10], et conduit lors d'une analyse vibratoire à un problème aux valeurs propres permettant le calcul des modes vibro-acoustiques. Les matrices masse et rigidité du système double parois, après discrétisation par éléments finis, sont symétriques.

Les champs de déplacements  $w_1$  et  $w_2$  des deux plaques, de déplacement  $u$  du joint et la pression  $p$  dans la cavité solution du problème rendent stationnaire la fonctionnelle  $U(w_1, w_2, u, p, \pi)$  associée au système total couplé.

#### 4. DISCRETISATION PAR ELEMENTS FINIS

La discrétisation de la fonctionnelle d'énergie du problème vibratoire concernant un système couplé plaques, joint et cavité fluide conduit au système matriciel suivant [10]:

$$\left( \begin{bmatrix} [K_1] & 0 & [C_{J_1}] & 0 & 0 \\ 0 & [K_2] & [C_{J_2}] & 0 & 0 \\ [C_{J_1}]^t & [C_{J_2}]^t & [K_J] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [K_f] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} [M_1] & 0 & 0 & 0 & [M_{f_{P1}}] \\ 0 & [M_2] & 0 & 0 & -[M_{f_{P2}}] \\ 0 & 0 & [M_J] & 0 & -[M_{f_{J}}] \\ 0 & 0 & 0 & 0 & [M_f^2] \\ [M_{f_{P1}}]^t & -[M_{f_{P2}}]^t & -[M_{f_{J}}]^t & [M_f^2]^t & [M_f^1] \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \{w_1\} \\ \{w_2\} \\ \{U\} \\ \{P\} \\ \{\Pi\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (22)$$

$[K_1]$ ,  $[M_1]$ ,  $[K_2]$  et  $[M_2]$  sont respectivement les matrices de rigidité et de masse des plaques 1 et 2. La discrétisation des deux plaques élastiques a été faite par l'élément fini DKT [8, 9, 16]. C'est un élément à trois nœuds et à trois degrés de libertés par nœuds ( $w$ ,  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ).

$[K_J]$  et  $[M_J]$  sont les matrices de rigidité et de masse du joint. Un élément fini prismatique à six nœuds et à trois degrés de liberté par nœud ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ) [9,16] est utilisé.

$[K_f]$  est la matrice de compressibilité de la cavité du fluide,  $[M_f^1]$  et  $[M_f^2]$  sont les matrices traduisant l'effet inertiel du fluide. Un élément fini volumique prismatique à six nœuds et à deux degrés de liberté par nœud ( $P, \pi$ ) [16] est utilisé pour la discrétisation de la cavité fluide.

$[C_{J_1}]$  et  $[C_{J_2}]$  sont respectivement les matrices de couplage entre le joint et les deux plaques qui traduisent la continuité des déplacements, les rotations des plaques sont libres.

$[M_{f_{P1}}]$  et  $[M_{f_{P2}}]$  sont respectivement les matrices de couplage entre le fluide et les plaques 1 et 2. Un élément fini surfacique triangulaire à trois nœuds et à cinq degrés de liberté par nœud ( $w$ ,  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $P$ ,  $\pi$ ) est utilisé pour la discrétisation des surfaces d'interaction fluide structure.

$[M_{f_{J}}]$  est la matrice de couplage entre le fluide et le joint. L'élément fini utilisé est un élément fini quadrilatéral à quatre nœuds et à cinq degrés de liberté par nœud ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $P$ ,  $\pi$ ) [10,11].

$\{P\}$  est la pression nodale dans la cavité fluide,  $\{U\}$  est le vecteur déplacement nodal du joint,  $\{w_1\}$  et  $\{w_2\}$  sont respectivement les vecteurs déplacements nodaux des plaques 1 et 2.

L'équation matricielle (22) utilisée pour la détermination des fréquences et des modes vibro-acoustiques d'un système double parois élastiques enfermant une cavité fluide peut s'écrire sous la forme condensée suivante :

$$([K] - \omega^2[M])\{U\} = \{0\} \quad (23)$$

avec  $[K]$  est la somme des matrices de rigidité pour les plaques et le joint et la matrice associée aux effets de compressibilité du fluide.  $[M]$  est la somme des matrices de masse des plaques, du joint, la matrice des effets inertiels du fluide, et les effets de couplage fluide-structure.  $\{U\}$  est le vecteur propre solution.

## 5. RESULTATS NUMERIQUES

Le système étudié correspond à une cavité d'air enfermée entre deux plaques rectangulaires identiques, encadrées dans un premier cas et séparées par un joint élastique modélisé par des appuis élastiques dans le deuxième cas.

Les caractéristiques géométriques et physiques du système sont présentées dans le tableau 1.

Plaques		Cavité d'air	
Espace entre 2 plaques (m)	0,012	Epaisseur (m)	0,012
Longueur (m)	1,48	Longueur (m)	1,445
Largeur (m)	1,23	Largeur (m)	1,195
Epaisseur (m)	0,004	Masse volumique ( Kg/m <sup>3</sup> )	1,2
Module d'Young (N/m <sup>2</sup> )	7,2 10 <sup>10</sup>	Célérité du son dans le fluide (m/s)	341
Masse volumique (Kg/m <sup>3</sup> )	2500		
Coefficient de Poisson	0,22		

**Tableau 1.** Caractéristiques géométriques et physiques du système

Le calcul numérique de l'étude vibratoire est réalisée avec le logiciel éléments finis CASTEM2000 en utilisant la programmation orientée objet qui permet d'étudier des systèmes composés par des éléments finis avec différents degrés de liberté (maillage incompatible au niveau des interfaces des différentes parties du système). Pour chaque exemple, une procédure est préparée par la combinaison adéquate des opérateurs du logiciel. Dans ce travail, chaque plaque a été discrétisée par 400 éléments finis triangulaires. La discrétisation de la cavité d'air est réalisée par 1024 éléments finis prismatiques fluide dont le nombre d'éléments selon son épaisseur est égal à quatre. Le joint élastique a été discrétisé par 476 éléments finis prismatiques solides.

### 5.1. Modes vibro-acoustiques d'une cavité d'air enfermée par deux plaques encadrées

Les dix premières fréquences propres d'une cavité d'air et d'une plaque encadrée sont présentées au tableau 2.



Plaque encastrée			Cavité d'air		
Numéro du mode	(m,n)	Fréquences propres (Hz)	Numéro du mode	(m,n,l)	Fréquences propres (Hz)
1	(1, 1)	20,44	1	(0,0,0)	0,00
2	(2, 1)	36,85	2	(1,0,0)	118,18
3	(1, 2)	45,98	3	(0,1,0)	142,90
4	(2, 2)	60,89	4	(1,1,0)	186,02
5	(3, 1)	63,36	5	(2,0,0)	237,46
6	(1, 3)	84,98	6	(2,1,0)	278,71
7	(3, 2)	85,86	7	(0,2,0)	287,16
8	(2, 3)	98,95	8	(1,2,0)	311,90
9	(4,1)	99,49	9	(3,0,0)	358,93
10	(4,2)	120,58	10	(2,2,0)	377,87

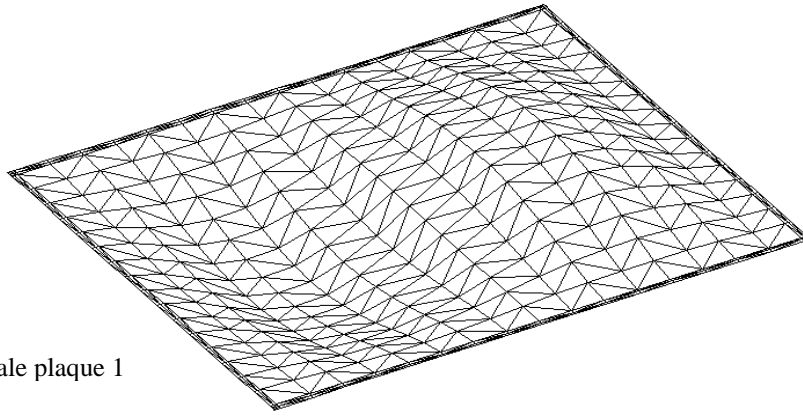
**Tableau 2.** Fréquences propres de la plaque encastrée et de la cavité d'air

Le tableau 3 présente les dix premières fréquences vibro-acoustiques du système couplé.

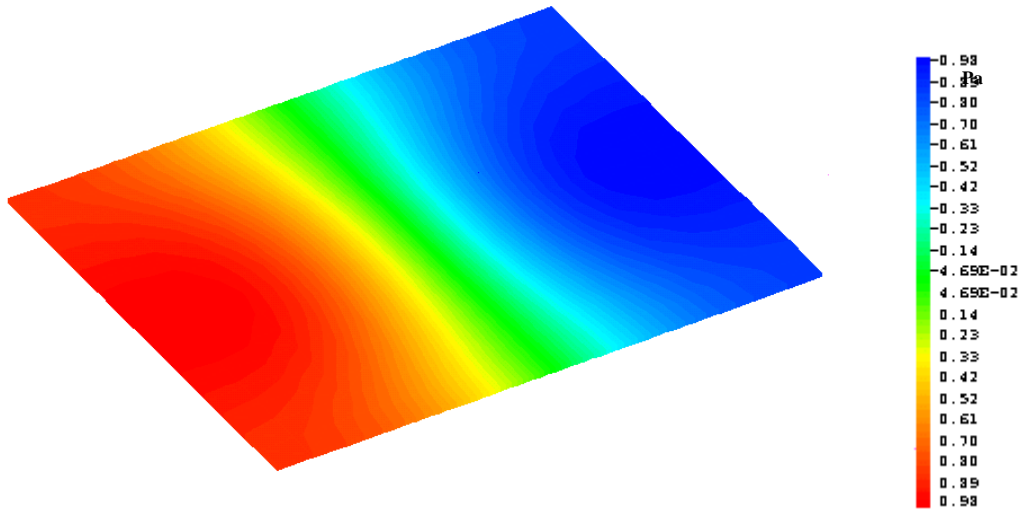
Fréquences propres des deux plaques encastrées enfermant une cavité d'air		
Numéro du mode	Fréquences propres (Hz)	Etat des deux plaques
1	20,43	en phase
2	20,57	Opposition
3	28,49	Opposition
4	36,84	en phase
5	44,39	Opposition
6	44,49	Opposition
7	45,96	en phase
8	60,87	en phase
9	63,34	en phase
10	64,48	Opposition

**Tableau 3 :** Fréquences vibro-acoustiques du système couplé

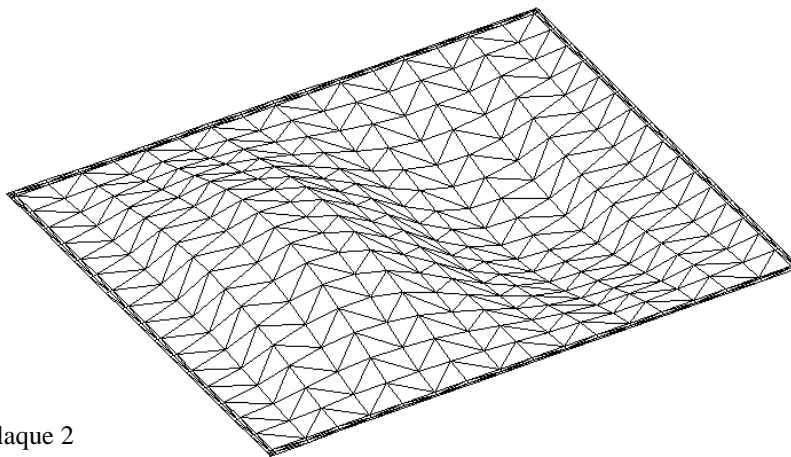
$f_n = 20.57 \text{ Hz}$



Déformée modale plaque 1



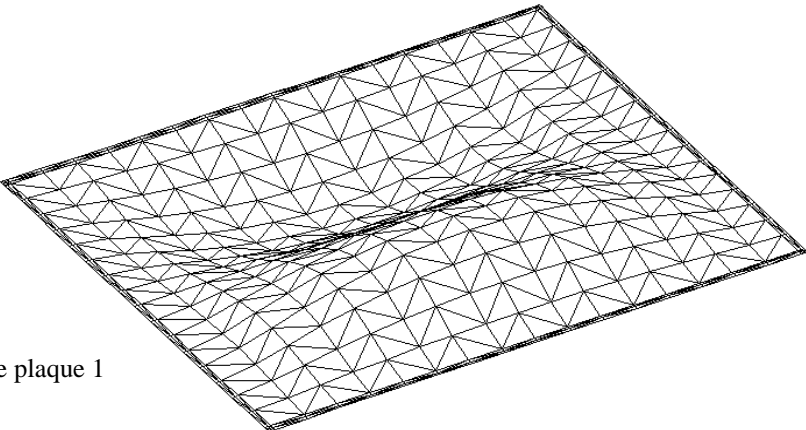
Déformée modale de la pression pour la cavité d'air



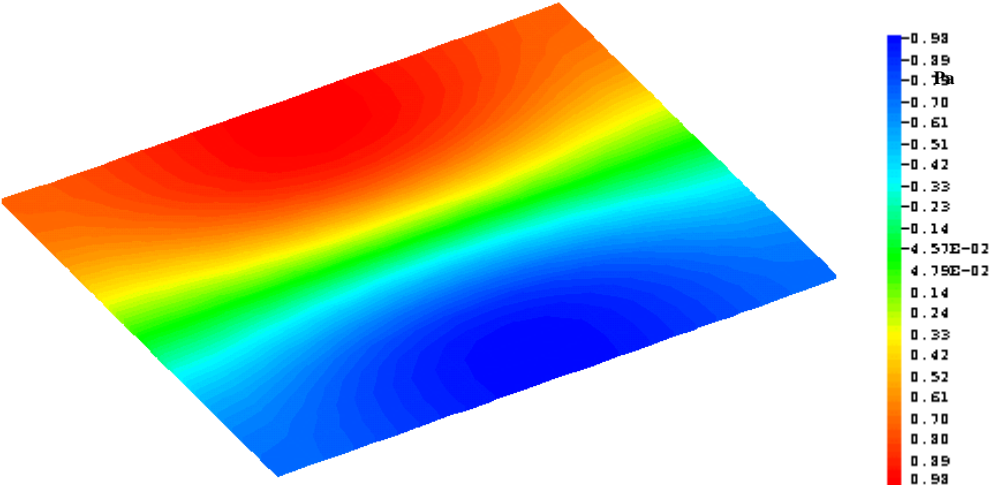
Déformée modale plaque 2

**Figure.3** : Deuxième mode vibro-acoustique du système couplé

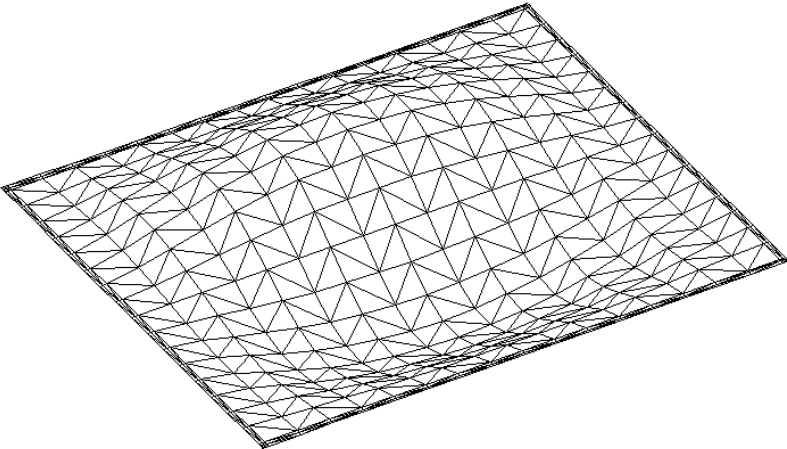
$f_3 = 28,49 \text{ Hz}$



Déformée modale plaque 1



Déformée modale de la pression pour la cavité d'air



Déformée modale plaque 2

Figure.4 : Troisième mode vibro-acoustique du système couplé

L'analyse modale du système couplé montre la présence de deux familles de modes propres. Pour la première famille de modes, les deux plaques vibrent en phase ( mode numéro 1, 4, 7, 8, 9) et le fluide n'est que peu affecté et possède un mouvement de corps rigide de translation. Pour la deuxième famille de modes propres, les plaques vibrent en opposition et le fluide est fortement affecté. Le couplage dans ce cas est très fort.

Les déformées modales des plaques 1 et 2 et de la cavité d'air des modes propres numéro 2 et 3 sont présentées respectivement dans les figures 3 et 4. En effet, ces deux déformées modales correspondent à la famille des modes où les deux plaques vibrent en opposition.

L'incidence pratique du couplage sur la qualité de conception du système est l'atténuation des vibrations au niveau de la seconde plaque non excitée. En effet, on a toujours deux modes à la même fréquence propre l'un en phase et l'autre en opposition qui vont engendrer cette atténuation par le biais du fluide.

## 5.2. Modes vibro-acoustiques d'une cavité d'air enfermée entre deux plaques identiques reliées par un joint

Le système étudié (Figure.5) est formé de deux plaques de verre rectangulaires et identiques, reliées bord à bord par un joint et enfermant une cavité d'air. L'ensemble est monté sur des appuis élastiques linéaires (ressorts). En effet, dans cette étude, le joint extérieur est modélisé par des ressorts élastiques dans le but de représenter correctement les conditions d'appuis du système sans augmenter la taille de l'équation dynamique matricielle du système.

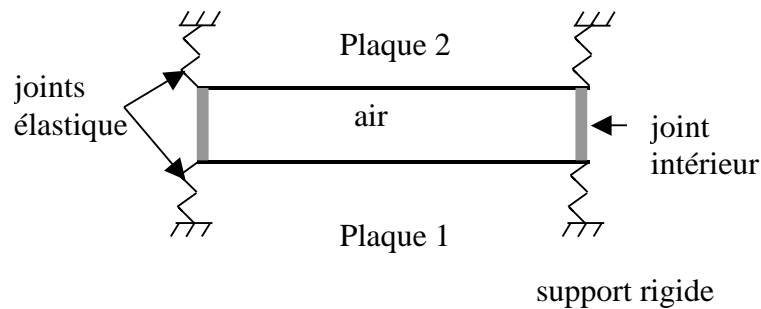


Figure 5. Cavité d'air enfermée par deux plaques reliées par un joint

Les caractéristiques géométriques et physiques des plaques élastiques et de la cavité d'air sont présentées dans le tableau 1 et celles des joints sont définies dans le tableau 4.

Les dix premières fréquences propres des 2 plaques reliées par un joint sont présentées dans le tableau 5.

Le tableau 6 présente les dix premières fréquences vibro-acoustique du système couplé (avec la cavité d'air)

Joint intérieur		Joints extérieurs	
Epaisseur du joint (m)	0,0175	Rigidité linéique (N/m <sup>2</sup> )	0,264 10 <sup>6</sup>
Module d'Young ( N/m <sup>2</sup> )	0,264 10 <sup>6</sup>		
Masse volumique (Kg/m <sup>3</sup> )	1200		
Coefficient de Poisson	0,49		

**Tableau 4 :** Caractéristiques géométriques et physiques des joints élastiques

Fréquences propres des plaques reliées par un joint	
Numéro du mode	Fréquences propres (Hz)
1	10,59
2	11,01
3	22,67
4	23,20
5	27,95
6	29,51
7	37,76
8	39,84
9	41,59
10	42,23

**Tableau 5 :** Fréquences propres de l'ensemble plaques-joint

L'analyse modale du système couplé, montre l'existence de deux familles de modes propres comme pour les plaques encastrees déjà étudiées. La première famille (modes numéros 1, 4, 5, 8, 9), représente des modes propres d'origine structurale où les deux plaques vibrent en phase et le fluide a un mouvement de corps rigide et n'est que très peu affecté ( la pression est nulle). Pour la deuxième famille ( modes numéro 2, 3, 6, 7, 10), les deux plaques vibrent en opposition. En effet, le fluide est fortement affecté par le mouvement opposé des deux plaques. Le couplage est très fort [18]. Les déformés modales des plaques 1 et 2 et de la cavité d'air des modes propres numéros 2 et 3 sont présentées respectivement dans les figures 6 et 7.

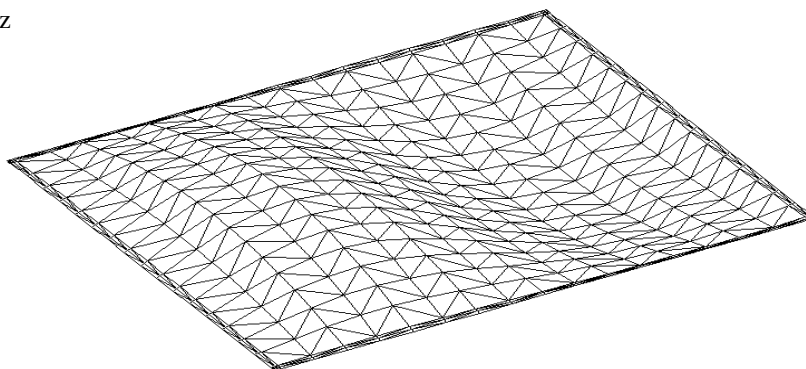
La présence du joint élastique modifie complètement le comportement vibro-acoustique du système. Les fréquences propres des deux plaques encastrées sont différentes de celles reliées avec des joints élastiques. De plus, il n'y a plus, comme pour les plaques encastrées, des modes en opposition et en phase qui ont la même fréquence propre.

Les fréquences propres calculées sont dans la gamme des fréquences excitables pour un montage double vitrage. En effet, on travaille généralement dans la bande de fréquence [0,1000Hz].

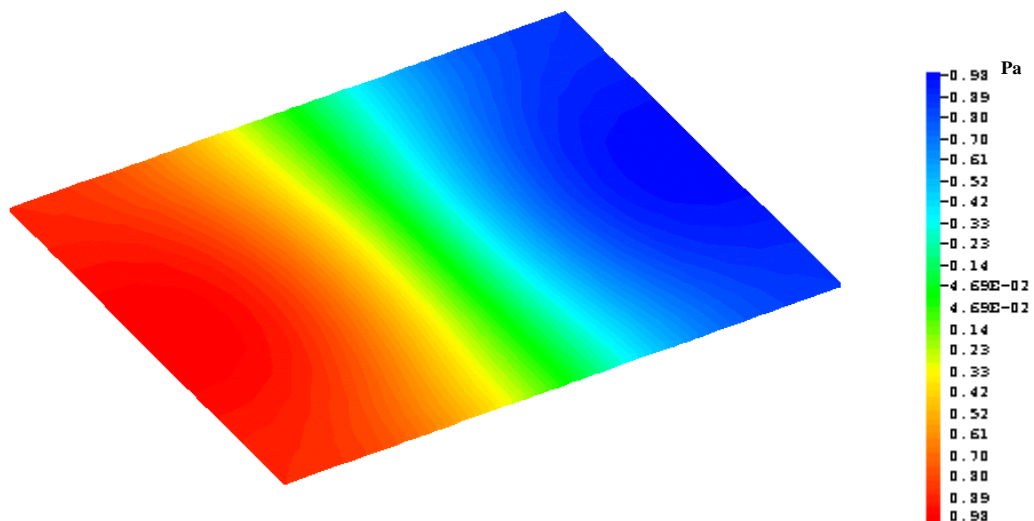
Cette étude pourra conduire au calcul de la réponse dynamique du système en utilisant la méthode dynamique par recombinaison modale en exploitant le contenu fréquentiel des modes vibro-acoustiques calculés par le modèle numérique développé. En effet, l'étude vibro-acoustique est une étape importante dans l'établissement de la réponse dynamique qui permet l'évaluation de la transparence acoustique du système en comparaison avec un système simple parois.

Fréquences propres de deux plaques reliées par un joint enfermant une cavité d'air		
Numéro du mode	Fréquences propres (Hz)	Etat des deux plaques
1	10,60	en phase
2	13,23	opposition
3	18,57	opposition
4	22,67	en phase
5	27,92	en phase
6	31,33	opposition
7	34,23	opposition
8	37,66	en phase
9	41,43	en phase
10	49,46	opposition

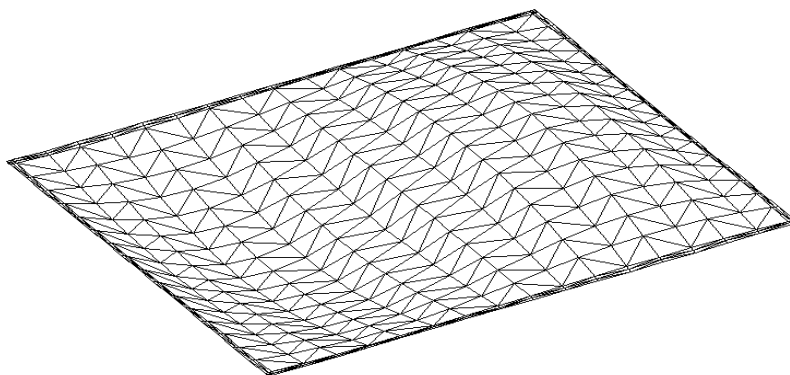
**Tableau 6.** Fréquences vibro-acoustique du système couplé( plaques, joint et cavité d'air)

$f_2 = 13,23 \text{ Hz}$ 

Déformée modale de la plaque 1



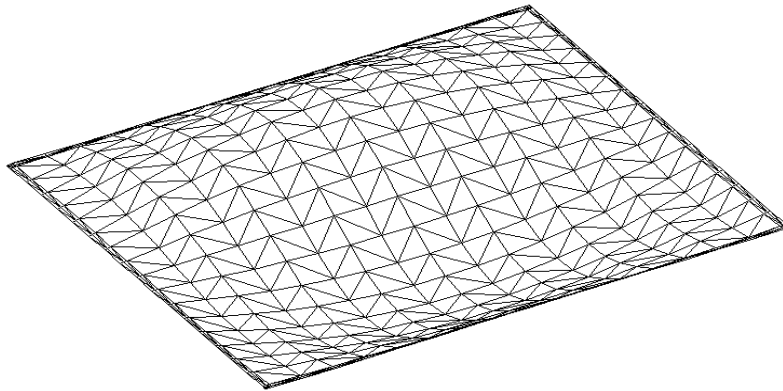
Déformée modale de la pression pour la cavité d'air



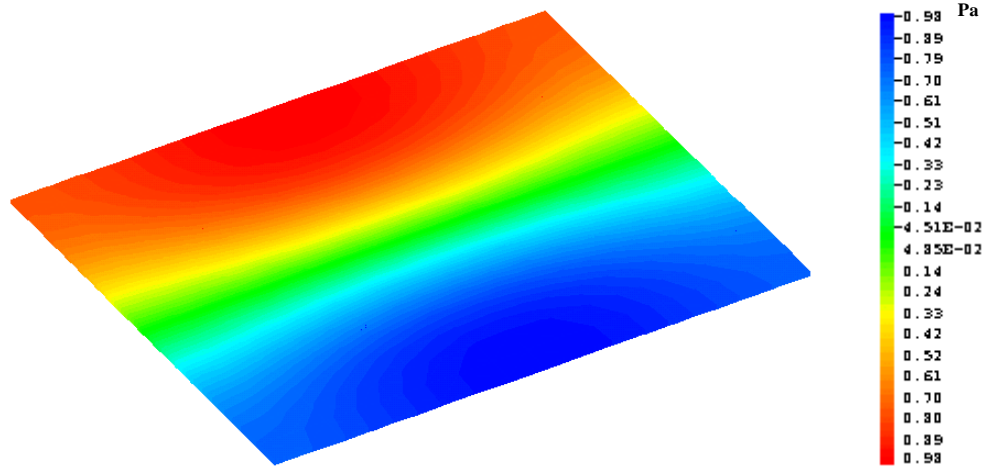
Déformée modale de la plaque 2

**Figure 6.:** Deuxième mode vibro-acoustique du système couplé

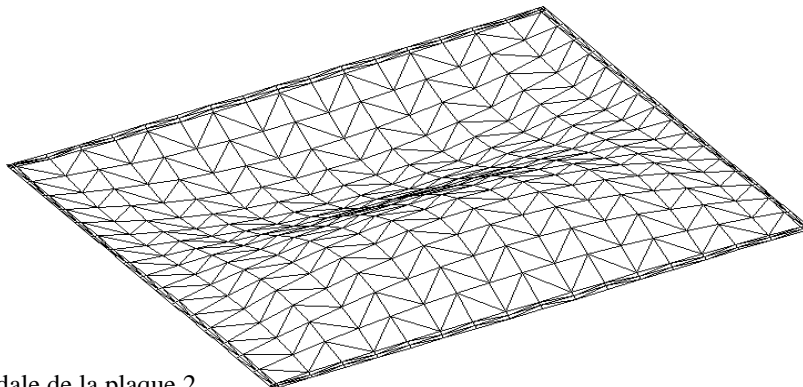
$$f_3 = 18,57 \text{ Hz}$$



Déformée modale de la plaque 2



Déformée modale de la pression pour la cavité d'air



Déformée modale de la plaque 2

**Figure 7 :** Troisième mode vibro-acoustique du système couplé



## 6. CONCLUSION

L'étude du comportement vibro-acoustique d'une double parois de verres enfermant une cavité d'air, nécessite l'établissement d'une formulation variationnelle mixte en termes de déplacement pour la structure et en terme de pression et de potentiel des déplacements pour la cavité de fluide. Sa discrétisation par éléments finis conduit à un système aux valeurs propres dont la résolution permet la détermination des modes propres vibro-acoustiques.

L'étude vibratoire d'un système double vitrage montre l'existence de deux familles de modes propres pour les deux systèmes étudiés. Pour la première famille le couplage vibro-acoustique est absent et les plaques vibrent en phase alors que pour le second, le couplage vibro-acoustique est très fort et les deux plaques vibrent en opposition.

## REFERENCES

1. Ben Mareim J., Etude du couplage élasto-acoustique par méthode élément finis de surface Thèse de Doctorat de 3<sup>ème</sup> cycle, U.T.C., juillet 1984.
2. Berry A., Guyader J. L., Nicolas J., A general formulation for sound radiation from rectangular, baffled plates with arbitrary boundary conditions . J. Acoust Soc. Am., vol. 88, n°6, December 1990.
3. Ian C. M., Richaed A. J., Solution fluid-structure interaction problems using a coupled finite element and variational boundary element technique. J. Acoust. Soc. Am. 88(5), November 1990.
4. London A., Transmission of reverberant sound through double walls. J. Acoust. Soc. Am. 22 (2), 270-9, 1950.
5. Sewell E. C., Transmission of reverberant sound through a single-leaf partition surrounded by an infinite rigid baffle. Journal of Sound and Vibration 12(1), 21-32, 1970.
6. Fahy F. J., Mason J. M., The use of acoustically tuned resonators to improve the sound transmission loss of double-panel partitions. Journal of Sound and Vibration, 124(2), 367-379, 1988.
7. Bouhioui H., Etude vibro-acoustique d'un montage en double parois de verre. Thèse de Doctorat, de l' UTC, octobre 1993.
8. Batoz J.L., Dhatt G., Modélisations des structures par éléments finis – Volume2 : Poutres et plaques . Editions Hermès, Paris, 1990.
9. Batoz J.L., Dhatt G., Modélisations des structures par éléments finis – Volume 1 : Solide élastique. Editions Hermès, Paris, 1990.
10. Gibert R. J. Vibrations des structures interactions avec les fluides Sources d'excitation aléatoires. Eyrolles, Paris, 1988.
11. Haddar M., Modélisation numérique d'un système Mécanique couple (fluide structure) en présence du phénomène de choc (application au support Moteur Hydroélastique) . Thèse de Doctorat, de l' UTC, Novembre 1991.
12. Haddar M., Modes élasto-acoustiques d'un système couplé fluide-structure. Revue européenne des éléments finis. Volume 8 n° 4, pages 455 à 469, 1999.
13. Morand H. J. P., Ohayon R., Interaction fluide-structures. Masson, Paris 1992.
14. Leseur C., Rayonnement acoustique des structures. Eyrolles, 1988.
15. Zeinkiewicz O. C., The finite element method. 3<sup>d</sup> ed. Mc. HILL, LONDON 1977.
16. Dhatt G., Touzot G., Une présentation de la méthode des éléments finis. Collection Université de Compiègne, MALOINE S.A EDITEUR, PARIS, 1984.
17. Bathe K.J., Batoz J.L., Lee-Wing HO., A search for the optimum three-node triangular plate bending element. Massachusetts Institute of technology, dec. 1978.

18. Hammami L., Abdennader M., Haddar M., Analyse élasto-acoustique d'un système double vitrage., Tome 1 Mécanique des solides, 6<sup>ème</sup> Congrès de Mécanique Tanger- Maroc du 15 au 18 Avril 2003.