

Effet de la compression d'un tissu de fibres unidirectionnelles sur la variation de sa perméabilité

M. Ait Si Ahmad

Laboratoire de Génie Industriel
E.N.S.E.T, B.P. 6207 Rabat instituts, Rabat, Maroc.

O. Fassi Fehri

Laboratoire de Mécanique et des Matériaux
Faculté des Sciences Rabat, B.P. 1014 Agdal, Rabat, Maroc.

A. Poitou

Laboratoire de Mécanique et de Technologie
E.N.S de Cachan, France.

C. Bojji

Laboratoire de Génie Industriel
E.N.S.E.T, B.P. 6207 Rabat instituts, Rabat, Maroc.

Résumé

Actuellement, le procédé de moulage des pièces en matériaux composites par transfert de résine (RTM) suscite beaucoup l'intérêt des industriels. C'est pourquoi, plusieurs équipes de recherche se penchent sur la modélisation et la simulation du procédé RTM. Le paramètre déterminant de la simulation du remplissage par la résine d'un moule contenant une préforme de fibres est la perméabilité de cette dernière. Cependant, l'opération de préformage et la fermeture du moule causent la compression de la préforme modifiant, ainsi, sa perméabilité. L'objet de cette étude est de modéliser l'effet de la compression d'une préforme de tissus de fibres unidirectionnelles 'UD' sur la variation de sa perméabilité. Premièrement, on a déterminé, analytiquement, les perméabilités d'un tissu UD, les résultats trouvés sont identiques à ceux de Gebart. Ensuite on a modélisé la compression du tissu UD et on a tracé les courbes de variation de ses perméabilités en fonction de son épaisseur. Les résultats obtenus permettent d'obtenir les perméabilités effectives du tissu UD et d'améliorer ainsi la précision de la simulation numérique du procédé RTM.

Abstract

Currently, the resin transfer moulding (RTM) process is used to manufacture composite parts. This is, in fact, why a great number of researchers devote their attention to the modelling of the RTM process. The determining parameter of the filling simulation by the resin of a mold comprising a fibrous preform, is the permeability of the latter. Nevertheless, the preforming operation and the occlusion of the mold lie behind the compression of the preform causing, thus, the variation of its permeability. The aim of the present study is to model the effect of the compression of a unidirectional fibre 'UD' fabric reinforcement on the variation of its permeability. Firstly, we have determined analytically the permeability of a 'UD' fabric. The obtained results are identical to those of Gebart. Then we have modelled the compression of UD fabric and we have plotted the curves of the permeability variations with respect to its thickness. Hence, we will be able to determine the effective permeability of the UD fabric allowing to improve the precision of the numerical simulation of the RTM process.

1. INTRODUCTION

La fabrication des pièces en matériaux composites à l'aide du procédé de moulage par transfert de résine (Resin Transfer Molding 'RTM') suscite beaucoup l'intérêt des industriels. En effet, le procédé RTM permet de réaliser des pièces de formes complexes et de grandes dimensions à faible coût. Le procédé RTM consiste en l'injection, à faible pression, d'une résine thermodurcissable pré-catalysée dans un moule fermé contenant la préforme de fibres. Cependant, les pièces fabriquées en RTM sont affectées par des défauts de fabrication tel que les points secs. Ces derniers sont dus à l'enclavement de bulles d'air lors de l'imprégnation du renfort de fibres par la résine [1]. Ainsi, il est nécessaire de faire des simulations numériques de remplissage du moule pour prévoir les lieux de formation des points secs et de procéder, en conséquence, à un repositionnement adéquat des points d'injection et des événements [2] [3] [4].

L'écoulement de la résine à travers la préforme de fibres (milieu poreux) est basé sur la loi de Darcy [5]. Cette dernière dépend étroitement de la perméabilité de la préforme de fibres. Ainsi, il faut déterminer au préalable celle-ci, le plus précisément possible, analytiquement ou expérimentalement. Les modèles analytiques, les plus répandus, de calcul des perméabilités sont le modèle capillaire de Kozeny-Carman [6] pour les préformes isotropes, celui de Gebart [7] pour les préformes de fibres unidirectionnelles et celui de Pavel et col. [8] pour les tissus plans de fibres. Ils sont insuffisants et pas très efficaces. Alors que, les méthodes expérimentales consistent en celle utilisant l'écoulement unidirectionnel [9] ou radial [10] pour déterminer les perméabilités planes et celle utilisant l'écoulement tridimensionnel [11] pour déterminer les perméabilités d'un renfort spatial. Ces dernières sont les plus utilisées et donnent des résultats assez satisfaisants.

La préforme de fibres subit au cours du procédé RTM, des compressions variant sa perméabilité initiale. En effet, Goulley et al. [12] [13] ont constaté que l'opération de préformage entraîne le compactage de la préforme et diminue, ainsi, sa perméabilité. Par ailleurs, pour minimiser les écoulements préférentiels de bord [14], on comprime légèrement la préforme pendant la fermeture du moule. Par conséquent, la simulation précise du remplissage du moule en RTM nécessite la détermination de la perméabilité effective du renfort de fibres à l'état comprimé.

Dans la première partie de cette étude, nous allons résoudre le problème de l'écoulement de la résine entre les fibres du renfort unidirectionnel par une approche micro-mécanique. On obtiendra, donc, les perméabilités planes du renfort en fonction de ses paramètres géométriques. Cette approche analytique est basée sur la résolution des équations de Navier-Stokes en deux dimensions en faisant appel aux approximations de la lubrification hydrodynamique.

Dans la seconde partie, nous allons utiliser les expressions analytiques des perméabilités planes obtenues dans la première partie pour évaluer leurs variations sous l'effet d'une compression du tissu de fibres unidirectionnelles.

2. CALCUL DES PERMEABILITES DU TISSU UD

2.1 Introduction

L'analyse de l'écoulement de la résine à travers le tissu unidirectionnel peut être faite selon deux approches:

- Approche macroscopique: Le renfort est considéré comme un milieu poreux, ainsi, la loi de Darcy est utilisée pour relier le gradient de pression et le débit d'écoulement.
- Approche microscopique : On considère l'écoulement de la résine entre les fibres (les mèches), les équations de Navier-Stokes sont utilisées pour déterminer une relation de proportionnalité entre le gradient de pression et la vitesse du fluide.

L'analogie entre les termes de la loi de Darcy et de la relation obtenue à partir de la loi de Navier-Stokes, permet de trouver l'expression analytique de la perméabilité.

2.2 Domaine d'étude

Pour des raisons de symétrie du tissu unidirectionnel (figure 1) suivant les axes x et y , les équations de Navier-Stokes sont résolues sur une cellule unitaire représentative du tissu unidirectionnel étudié sur le plan $(x-y)$ (figures 2 et 3).

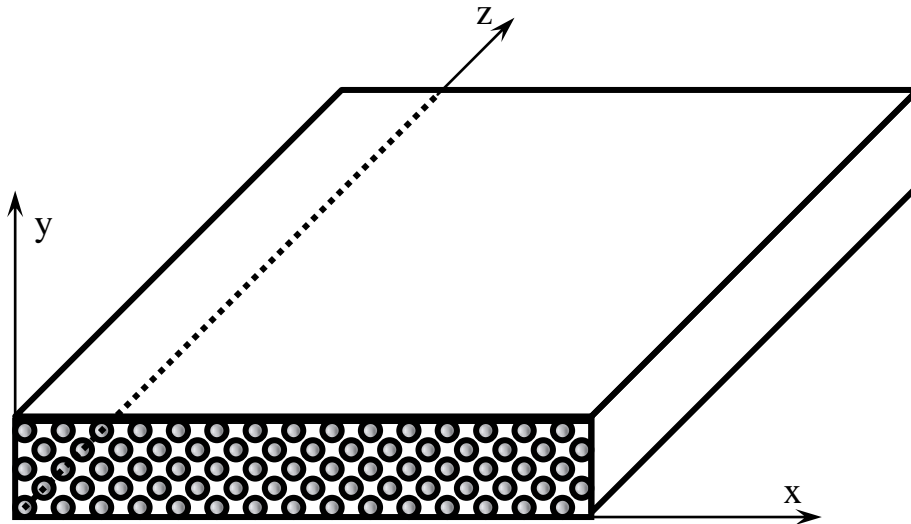


Figure 1: Schéma du tissu unidirectionnel considéré dans cette étude.

Le renfort étant considéré comme un assemblage de n cellules unitaires, la différence de pression sur le domaine d'étude est égale à n fois celle sur une seule cellule unitaire.

$$\Delta p_g = n \Delta p \quad (1)$$

Sachant que la longueur du domaine d'étude est n fois celle de la cellule unitaire, alors :

$$\frac{\Delta p_g}{L_g} = \frac{n \Delta p}{nL} = \frac{\Delta p}{L} \quad (2)$$

Ainsi, les gradients de pression sur le domaine d'étude et sur la cellule unitaire sont identiques. Par conséquent, il suffit de faire les calculs des perméabilités sur la cellule unitaire.

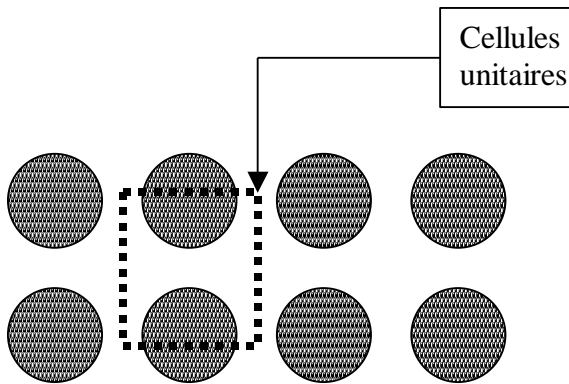


Figure 2 : Cellule unitaire pour un arrangement Carré des fibres.

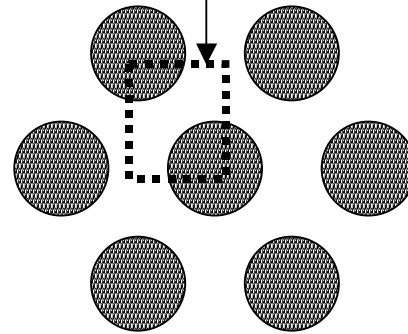


Figure 3 : Cellule unitaire pour un arrangement Hexagonal des fibres.

2.3 Calcul des perméabilités K_{xx} et K_{yy}

Quelque soit l'arrangement des fibres (carré ou hexagonal), le calcul des perméabilités K_{xx} et K_{yy} est le même car le fluide s'écoule dans l'entrefes de deux fibres. La géométrie du domaine d'étude retenue est représentée sur la figure 4.

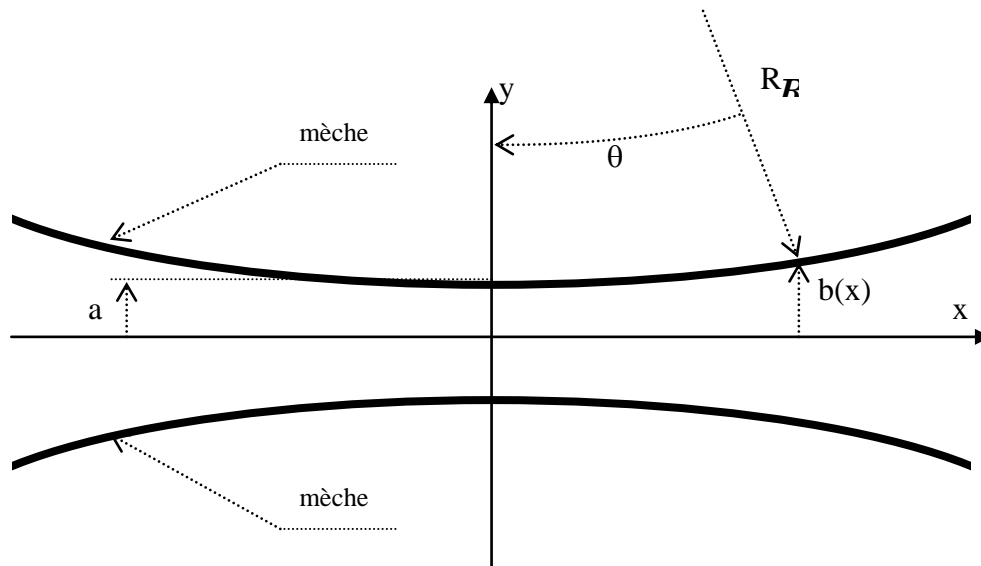


Figure 4 : Géométrie de l'entrefes entre deux mèches.

Nous allons étudier l'écoulement de la résine, supposée être un fluide Newtonien incompressible, dans l'entrefes entre deux mèches (fibres) suivant la direction x à l'aide de l'équation de Navier-Stokes:

$$\rho \frac{DV}{Dt} = \rho F - \nabla p + \mu \nabla^2 V \quad (3)$$

avec : ρ : masse volumique de la résine. F : forces de volume.
 V : vitesse de la résine entre les fibres. ∇ : gradient dans le plan.
 $\frac{D}{Dt}$: dérivée particulaire p : pression de la résine.

Hypothèses :

- On néglige les termes d'inertie : nombre de Reynolds faible.
- On néglige les forces de gravité.

Compte tenu des hypothèses ci-dessus, l'équation (3) devient :

$$-\nabla p + \mu \nabla^2 V = 0 \quad (4)$$

En considérant l'écoulement de la résine dans le plan (x,y), l'équation de Stokes (4) s'écrit :

$$\begin{cases} -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

La résistance à l'écoulement de la résine est maximale dans la zone autour de l'entrefer minimal ($x=0$) (voir figure 4). Dans cette zone, on peut appliquer les approximations de la lubrification hydrodynamique :

- Les fibres étant considérées proches les unes des autres, la hauteur du canal d'écoulement $h(x)$ est faible devant le rayon de la fibre, d'où :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (6)$$

- Les vitesses suivant la direction y sont faibles devant celles suivant x, ce qui se traduit par :

$$v \ll u \quad (7)$$

Les inéquations (6) et (7) permettent de simplifier les équations d'écoulement de Stokes (5):

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

La résolution de l'écoulement revient à résoudre l'équation suivante :

$$\frac{dp}{dx} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (9)$$

En intégrant deux fois l'équation (9), on obtient :

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y^2 + C_1 y + C_2 \quad (10)$$

Les constantes d'intégration C_1 et C_2 sont déterminées par les conditions aux limites suivantes (voir figure 4).

$$u(b) = u(-b) = 0 \quad (11)$$

Ainsi, l'équation (10) devient:

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} \left(\frac{y^2}{b^2} - 1 \right) \quad (12)$$

L'intégration de l'équation (12) sur la hauteur du canal d'écoulement permet d'obtenir le débit volumique par unité de volume :

$$q = \int_{-b}^{+b} u dy = -\frac{2}{3} \frac{b^3}{\mu} \frac{dp}{dx} \quad (13)$$

Le gradient de pression est :

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{3}{2} \mu \frac{q}{b^3} \quad (14)$$

où b dépend de x (voir figure 4) :

$$b(x) = a + \left(R - \sqrt{R^2 - x^2} \right) = a + R \left(1 - \sqrt{1 - \frac{x^2}{R^2}} \right) \quad (15)$$

Au niveau de l'entrefer minimal ($x=0$), on se limite à un domaine tel que:

$$x^2 \ll R^2 \Rightarrow \frac{x^2}{R^2} \ll 1 \quad (16)$$

Compte tenu de (16), un développement limité de l'équation (15) donne :

$$b(x) = a + \frac{x^2}{2R} \quad (17)$$

Calculons la perte de charge 'Δp' en intégrant (14) en fonction de x et en remplaçant b(x) par son expression donnée par (17). L'intégration entre deux bornes arbitraires ξ et -ξ, vérifiant ξ² < R², de l'équation (14) donne :

$$p(\xi) - p(-\xi) = \int_{-\xi}^{+\xi} \frac{dp}{dx} dx = -\frac{3}{2} \mu q \int_{-\xi}^{+\xi} \left(a + \frac{x^2}{2R} \right)^{-3} dx \quad (18)$$

En effectuant le changement de variable suivant :

$$t^2 = \frac{1}{2a} \frac{x^2}{R} \quad (19)$$

l'équation (18) devient :

$$p(\xi) - p(-\xi) = -\frac{3}{2} \mu q \frac{\sqrt{2 \cdot a \cdot R}}{a^3} \int_{-\xi/\sqrt{2aR}}^{\xi/\sqrt{2aR}} (1+t^2)^{-3} dt \quad (20)$$

Calculons l'intégrale :

$$J(\xi) = 2 \int_0^{\xi/\sqrt{2aR}} (1+t^2)^{-3} dt \quad (21)$$

Pour cela, effectuons le changement de variable suivant :

$$\begin{cases} t = \operatorname{tg} \theta \\ dt = (1 + \operatorname{tg}^2 \theta) d\theta \end{cases} \quad (22)$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} J(\xi) &= 2 \int_0^{\operatorname{arctg}\left(\frac{\xi}{\sqrt{2aR}}\right)} (1 + \operatorname{tg}^2 \theta)^{-2} d\theta \\ &= 2 \int_0^{\operatorname{arctg}\left(\frac{\xi}{\sqrt{2aR}}\right)} \cos^4 \theta d\theta \end{aligned} \quad (23)$$

or :

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2} \quad (24)$$

d'où :

$$J(\xi) = \frac{1}{2} \left[\frac{3}{2} \theta + \sin(2\theta) + \frac{1}{8} \sin(4\theta) \right]_{\theta=0}^{\text{arctg}\left(\frac{\xi}{\sqrt{2aR}}\right)} \quad (25)$$

Par conséquent :

$$J(\xi) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{3}{2} \text{artg}\left(\frac{\xi}{\sqrt{2aR}}\right) + \sin\left[2 \text{artg}\left(\frac{\xi}{\sqrt{2aR}}\right)\right] + \frac{1}{8} \sin\left[4 \text{artg}\left(\frac{\xi}{\sqrt{2aR}}\right)\right] \right\} \quad (26)$$

La perte de charge autour de l'entrefer minimal est :

$$\Delta p = -\frac{3}{\sqrt{2}} \frac{1}{R^2} \left[\frac{a}{R} \right]^{5/2} \mu q J(\xi) \quad (27)$$

où $J(\xi)$: est une fonction des paramètres géométriques et $\Delta p = p(\xi) - p(-\xi)$: est la perte de charge autour de l'entrefer minimal.

L'équation (27) est celle que nous allons comparer avec la loi de Darcy.

2.3.1 Arrangement carré des fibres

Pour l'arrangement carré (figure 5), les calculs des perméabilités K_{xx} et K_{yy} sont identiques. Pour comparer l'équation donnant la perte de charge ' Δp ' (équation (27)) à la loi de Darcy, il faut diviser ' Δp ' et ' q ' par la longueur représentative de la cellule unitaire.

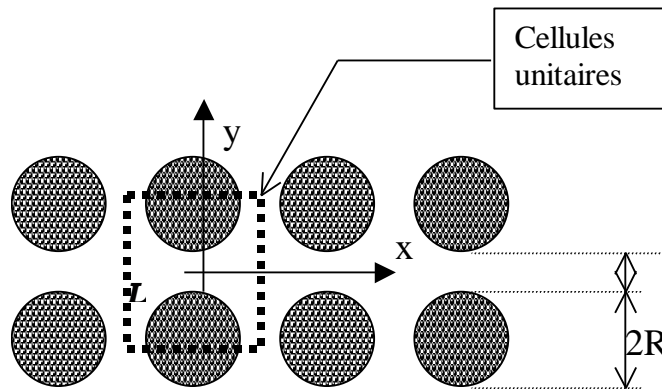


Figure 5: Cellule unitaire d'un arrangement carré des fibres.

Ainsi:

$$\frac{\Delta p}{L} = -\frac{3}{\sqrt{2}} \frac{1}{R^2} \left[\frac{a}{R} \right]^{5/2} \mu \frac{q}{L} J(\xi) \quad (28)$$

avec $L=2(R+a)$. Par analogie avec les termes de la loi de Darcy, on obtient :

$$K_{xx} = K_{yy} = \frac{\sqrt{2}}{3} R^2 \left[\frac{a}{R} \right]^{5/2} \frac{1}{J(\xi)} \quad (29)$$

On peut exprimer les perméabilités en fonction des fractions volumiques des fibres ' V_f ' dans le volume élémentaire :

$$V_f = \frac{\pi R^2}{4(a+R)^2} \quad (30)$$

ainsi

$$\frac{a}{R} = \sqrt{\frac{V_{f \max i}}{V_f} - 1} \quad (31)$$

où $V_{f \max i}$ est la fraction volumique maximale de fibres (atteinte lorsque les fibres deviennent jointives), égale dans le cas de l'arrangement carré à $\pi/4$; d'où :

$$K_{xx} = K_{yy} = \frac{\sqrt{2}}{3} R^2 \left[\sqrt{\frac{V_{f \max i}}{V_f} - 1} \right]^{5/2} \frac{1}{J(\xi)} \quad (32)$$

L'équation (32) donne le même résultat que celui trouvé par Gebart [7].

2.3.2 Arrangement hexagonal des fibres

Les calculs sont faits sur la cellule unitaire suivante (figure 6):

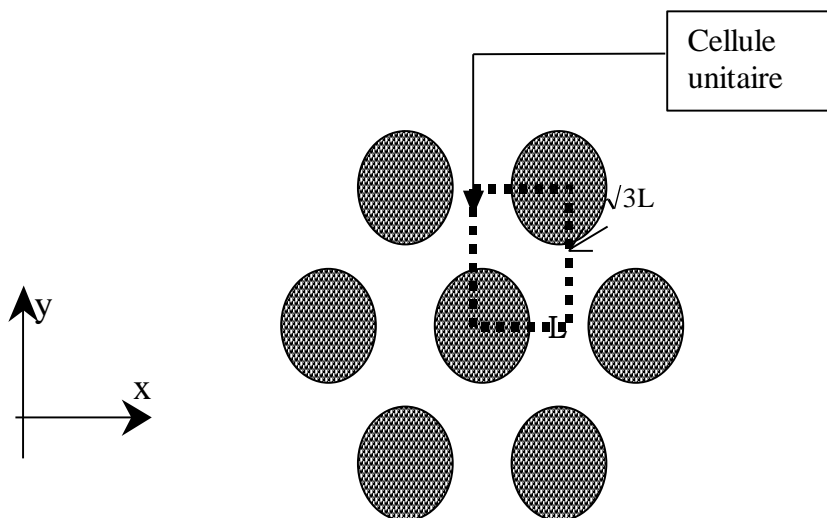


Figure 6: Cellule unitaire pour l'arrangement hexagonal des fibres.

L'équation (27) donnant la perte de charge reste valable :

$$\Delta p = -\frac{3}{\sqrt{2}} \frac{1}{R^2} \left[\frac{a}{R} \right]^{5/2} \mu q J(\xi)$$

Pour retrouver les termes de la loi de Darcy, il faut diviser 'Δp' par la largeur de la cellule étudiée et q par la longueur de la cellule par laquelle entre la résine.

Pour le calcul de la perméabilité K_{xx} , on obtient :

$$\frac{\Delta p}{L} = -\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \frac{1}{R^2} \left[\frac{a}{R} \right]^{5/2} \mu \frac{q}{\sqrt{3}L} J(\xi) \quad (33)$$

Ainsi la perméabilité K_{xx} est égale à :

$$K_{xx} = \frac{\sqrt{6}}{9} R^2 \left[\frac{a}{R} \right]^{5/2} \frac{1}{J(\xi)} \quad (34)$$

que l'on pourra exprimer en fonction de la fraction volumique de fibres ' V_f ', sachant que ' V_f ' pour l'arrangement hexagonal est :

$$V_f = \frac{\pi R^2}{2\sqrt{3}(a+R)^2} = \frac{\pi/2\sqrt{3}}{\left(1 + \frac{a}{R}\right)^2} = \frac{V_{f \max i}}{\left(1 + \frac{a}{R}\right)^2} \quad (35)$$

L'équation (34) s'écrit donc :

$$K_{xx} = \frac{\sqrt{6}}{9} \frac{R^2}{J(\xi)} \left[\sqrt{\frac{V_{f \max i}}{V_f}} - 1 \right]^{5/2} \quad (36)$$

L'écoulement suivant la direction 'y' de la résine dans la cellule unitaire de la figure (6) se fait à travers deux entrefers. Par conséquent, pour calculer la perméabilité ' K_{yy} ', il faut tenir compte des deux entrefers et donc prendre deux fois le débit calculé précédemment. En divisant 'Δp' par ' $\sqrt{3}.L$ ' et 'q' par 'L', on trouve :

$$\frac{\Delta p}{\sqrt{3}.L} = -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} \frac{1}{R^2} \left[\frac{a}{R} \right]^{5/2} \mu \frac{q}{L} J(\xi) \quad (37)$$

Ainsi, la perméabilité ' K_{yy} ' est :

$$K_{yy} = \frac{R^2}{\sqrt{6}} \left[\frac{a}{R} \right]^{5/2} \frac{1}{J(\xi)} \quad (38)$$

que l'on pourra écrire en fonction de ' V_f ' :

$$K_{yy} = \frac{R^2}{\sqrt{6}} \left[\sqrt{\frac{V_{f \max i}}{V_f}} - 1 \right]^{5/2} \frac{1}{J(\xi)} \quad (39)$$

Ce résultat est conforme avec celui de Gebart [7].

2.4 Calcul de la perméabilité ' K_{zz} '

Afin de calculer la perméabilité ' K_{zz} ', on doit déterminer la relation débit- perte de charge le long des fibres. La résolution des équations de Navier-Stokes pour l'écoulement dans un tube de Poiseuille permet de trouver :

$$Q = \frac{\pi D^4}{128 \mu L} \Delta p \quad (40)$$

où Q est le débit volumique à travers la section du tube, D est le diamètre du tube, L est la longueur du tube et Δp est la perte de charge le long du tube.

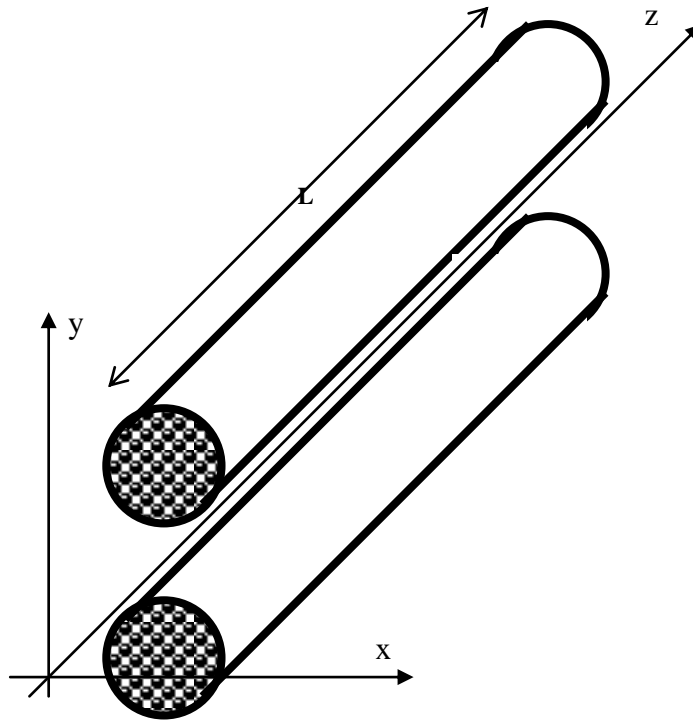


Figure 7: Ecoulement de la résine le long des fibres.

La vitesse moyenne ' q ' sur la section droite du tube est :

$$q = \frac{D^2 \Delta p}{32\mu L} \quad (41)$$

Sachant que le nombre de Reynolds 'R_e' :

$$R_e = \frac{\rho q D}{\mu} \quad (42)$$

alors, l'équation (41) devient :

$$\Delta p = \frac{32 \rho q^2}{R_e D} \quad (43)$$

On peut écrire l'équation (43) sous la forme suivante :

$$\Delta p = \frac{\delta \rho q^2}{2D} \quad (44)$$

où δ est le coefficient de perte de charge ($= \frac{64}{R_e}$).

On admet que la relation (44) est valable pour les tubes cylindriques non circulaires, voir même non fermés. On substitue le diamètre 'D' par le diamètre hydraulique 'D_h' et le coefficient de perte de charge 'δ' par la forme générale :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_h = \frac{4 \cdot S_{\text{mouillée}}}{P} \\ \delta = \frac{c}{R_e} \end{array} \right. \quad (45)$$

où S_{mouillée} est l'aire de la section mouillée du cylindre, P est le périmètre de la section mouillée du cylindre et c est la fonction de forme du cylindre. L'équation (44) devient, alors:

$$\Delta p = \frac{c \rho q^2}{2R_e D_h} \quad (46)$$

A l'aide de (42), l'équation (46) s'écrit donc :

$$q = \frac{2D_h^2 \Delta p}{\mu c} \quad (47)$$

Il faut trouver la relation entre le débit 'Q' et la perte de charge, or:

$$q = \frac{Q}{S_{\text{mouillée}}} \quad (48)$$

Pour trouver une relation similaire à la loi de Darcy, il faut exhiber la relation entre (Q/S_{totale}) et la perte de charge. Ainsi, la relation (47) devient :

$$\frac{Q}{S_{\text{totale}}} = \frac{2D_h^2 \Delta p S_{\text{mouillée}}}{c \mu L S_{\text{totale}}} \quad (49)$$

ce qui conduit à l'expression de la perméabilité ' K_{zz} ' :

$$K_{zz} = \frac{2D_h^2 S_{\text{mouillée}}}{c S_{\text{totale}}} \quad (50)$$

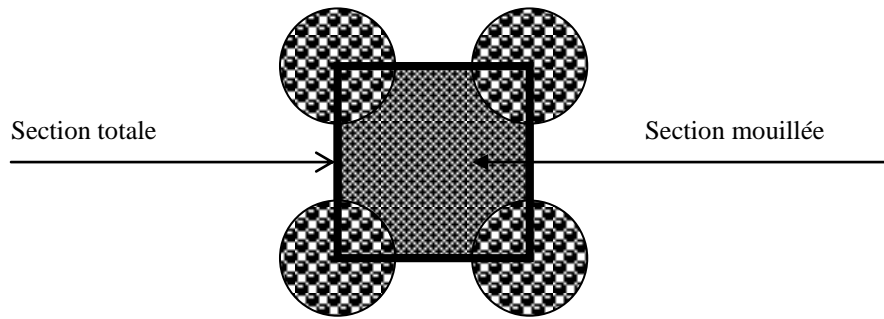


Figure 8: Définition des sections totale et mouillée pour un arrangement carré des fibres.

2.4.1 Arrangement carré des fibres

Pour la cellule de l'arrangement carré (figure 8), on trouve:

$$\begin{cases} S_{\text{totale}} = L^2 = 4(a+R)^2 \\ S_{\text{mouillée}} = L^2 - \pi R^2 \\ D_h = \frac{4S_{\text{mouillée}}}{P} = \frac{4[4(a+R)^2 - \pi R^2]}{2\pi R} \end{cases} \quad (51)$$

(51) dans (50), donne :

$$K_{zz} = \frac{2}{c} \left[\frac{2[4(a+R)^2 - \pi R^2]}{\pi R} \right]^2 \left[1 - \frac{\pi R^2}{4(a+R)^2} \right] \quad (52)$$

qui peut être écrit en fonction de la fraction volumique de fibres:

$$K_{zz} = \frac{8R^2}{c} \frac{(1 - V_{f \max i})^3}{V_f^2} \quad (53)$$

vérifiant le résultat de Gebart [1].

2.4.2 Arrangement hexagonal des fibres

Pour la cellule de l'arrangement hexagonal :

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{\text{totale}} = \sqrt{3} \cdot L^2 = \sqrt{3}(a+R)^2 \\ S_{\text{mouillée}} = \sqrt{3}L^2 - \pi R^2/2 = \sqrt{3}(a+R)^2 - \pi R^2/2 \\ D_h = \frac{4S_{\text{mouillée}}}{P} = \frac{4 \left[\sqrt{3}(a+R)^2 - \pi R^2/2 \right]}{\pi R} \end{array} \right. \quad (54)$$

(54) dans (50) donne :

$$K_{zz} = \frac{2}{c} \left[\frac{4 \left[\sqrt{3}(a+R)^2 - \pi R^2/2 \right]}{\pi R} \right]^2 \left[1 - \frac{\pi R^2/2\sqrt{3}}{(a+R)^2} \right] \quad (55)$$

que l'on pourra écrire en fonction de ' V_f ' :

$$K_{zz} = \frac{8R^2}{c} \frac{(1 - V_f)^3}{V_f^2} \quad (56)$$

l'équation (56) vérifie bien les résultats de Gebart [1].

3. EFFET DE LA COMPRESSION DU TISSU UD SUR LA VARIATION DE SES PERMEABILITES

3.1 Modélisation de la compression du tissu UD

La compression d'un tissu de fibres unidirectionnelles suivant la direction (y) cause, en un premier temps, la réduction de la distance entre les fibres jusqu'à ce que les fibres deviennent jointives. Ensuite, la déformation en compression du tissu est due à l'écrasement des fibres de section initialement circulaire qui deviennent elliptiques.

Notre étude porte sur la première phase de la déformation du tissu UD, à savoir, la réduction de la distance entre fibres sans que les fibres s'écrasent les unes sur les autres (Figure 9).

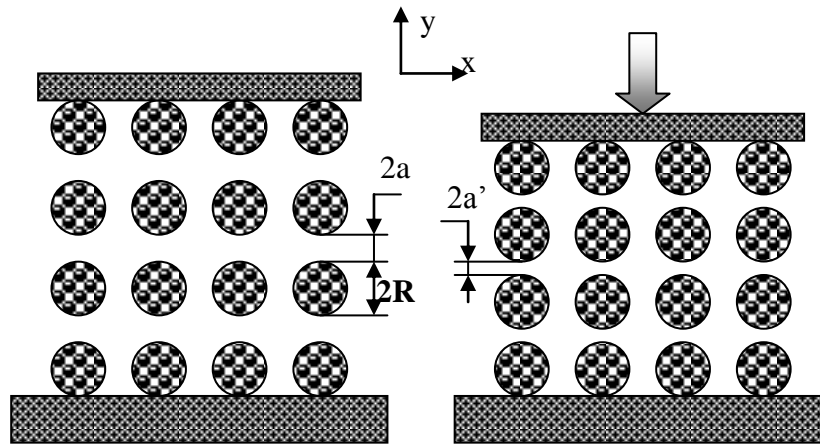


Figure 9: Illustration de la compression du tissu UD.

Les observations au microscope faites par Hoareau [3] ont permis de déterminer l'ordre de grandeur des dimensions mésoscopiques des tissus UD :

$$\begin{cases} R = 6.71 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ a = 0,021 \cdot 10^{-3} \text{ m} \end{cases}$$

3.2 Variation des perméabilités du tissu UD

3.2.1 Perméabilité K_{xx}

Nous avons déterminé dans le paragraphe 2 les expressions analytiques des perméabilités K_{xx} pour les arrangements carré (éq. 29) et hexagonal (éq. 34) des fibres :

$$\begin{cases} K_{xx} = \frac{\sqrt{2}}{3} R^2 \left[\frac{a}{R} \right]^{\frac{5}{2}} \frac{1}{J(\xi)} & \text{Arrangement carré} \\ K_{xx} = \frac{\sqrt{6}}{9} R^2 \left[\frac{a}{R} \right]^{\frac{5}{2}} \frac{1}{J(\xi)} & \text{Arrangement hexagonal} \end{cases}$$

$$\text{avec : } J(\xi) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{3}{2} \operatorname{artg} \left(\frac{\xi}{\sqrt{2aR}} \right) + \sin \left[2 \operatorname{artg} \left(\frac{\xi}{\sqrt{2aR}} \right) \right] + \frac{1}{8} \sin \left[4 \operatorname{artg} \left(\frac{\xi}{\sqrt{2aR}} \right) \right] \right\}$$

Pour calculer la perméabilité K_{xx} , il faut choisir la valeur de ' ξ '. ' ξ ' étant la moitié de la longueur du domaine suivant l'axe ' x ' autour de l'entrefer minimal sur lequel sont appliquées les approximations de la lubrification hydrodynamique. ξ^2 doit être très petit devant R^2 .

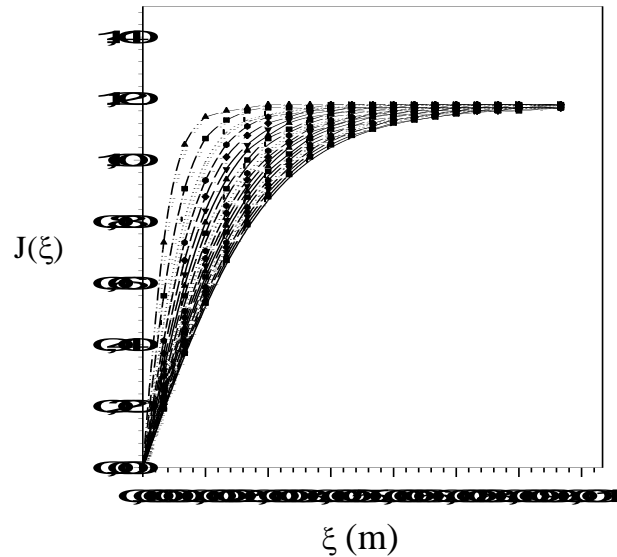


Figure 10: Variation de $J(\xi)$ en fonction de ' ξ ' pour différentes valeurs de ' a '.

Pour choisir ' ξ ', analysons la variation de $J(\xi)$ en fonction de ' ξ ' pour la valeur de R donnée ci-dessus et pour des valeurs de ' a ' décroissantes à cause de la compression : $a=0.021 \cdot 10^{-3}$ m, $0.020 \cdot 10^{-3}$ m, $0.019 \cdot 10^{-3}$ m, ..., $0.002 \cdot 10^{-3}$ m, $0.001 \cdot 10^{-3}$ m (figure 10).

L'analyse des courbes de variation de $J(\xi)$ en fonction de ' ξ ' de la figure (10) permet de constater que pour ' ξ ' supérieure à $0,9 \cdot 10^{-3}$ m, $J(\xi)$ devient constante pour toutes les valeurs de ' a ' c-à-d au courant de la compression du tissu. Pour cette valeur de ' ξ ', le rapport ξ^2/R^2 est égal à 0,0179. On est donc dans le domaine des approximations de la lubrification hydrodynamique en choisissant $\xi=0,9 \cdot 10^{-3}$ m et $J(\xi)=1,17$.

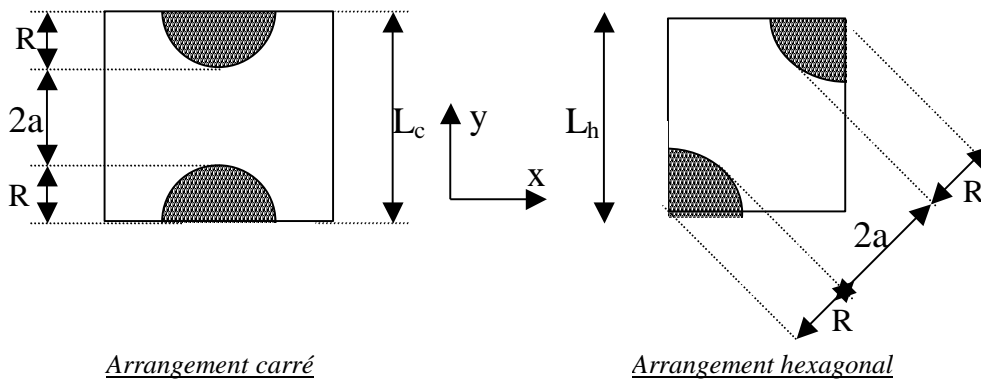


Figure 11. Cellules unitaires représentatives du tissu UD.

La mise en évidence de l'effet de la compression d'un tissu de fibres unidirectionnelles sur la variation de sa perméabilité, revient à étudier le comportement en compression des cellules unitaires dans les cas d'arrangements carré et hexagonal (figure 11).

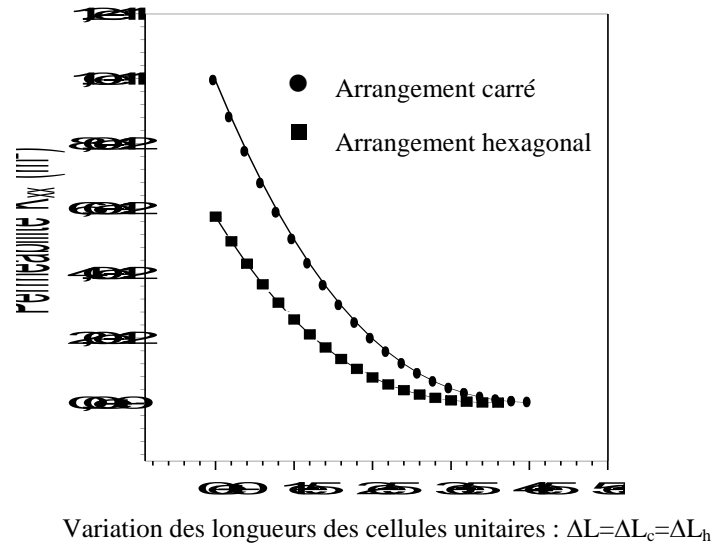


Figure 12: Courbe de variation de la perméabilité ' K_{xx} ' en fonction des variations des longueurs des cellules unitaires.

La figure 11 montre que les hauteurs des cellules unitaires sont:

$$\begin{cases} L_c = 2(a+R) \\ L_h = \sqrt{3}(a+R) \end{cases} \quad (57)$$

Les équations donnant les perméabilités ' K_{xx} ' (29) et (34) et l'équation (57) permettent de tracer les courbes de variation de ' K_{xx} ' avec les deux arrangements de fibres (carré et hexagonal) due à une déformation identique de compression des deux cellules unitaires (figure 11).

L'analyse de la figure 12 permet de conclure que pour la même distance entre fibres pour les arrangements carré et hexagonal, la perméabilité ' K_{xx} ' pour l'arrangement carré est supérieure à celle pour l'arrangement hexagonal. Par ailleurs, sous l'effet d'une compression du tissu UD suivant la direction 'y', la variation de la perméabilité ' K_{xx} ' est plus grande pour l'arrangement carré des fibres que pour l'arrangement hexagonal.

3.2.2 Perméabilité K_{yy}

Les équations (29) et (38) donnent les valeurs des perméabilités ' K_{yy} ' respectivement pour les arrangements carré et hexagonal.

$$\begin{cases} K_{yy} = \frac{\sqrt{2}}{3} R^2 \left[\frac{a}{R} \right]^{5/2} \frac{1}{J(\xi)} & \text{Arrangement carré} \\ K_{yy} = \frac{R^2}{\sqrt{6}} \left[\frac{a}{R} \right]^{5/2} \frac{1}{J(\xi)} & \text{Arrangement hexagonal} \end{cases}$$

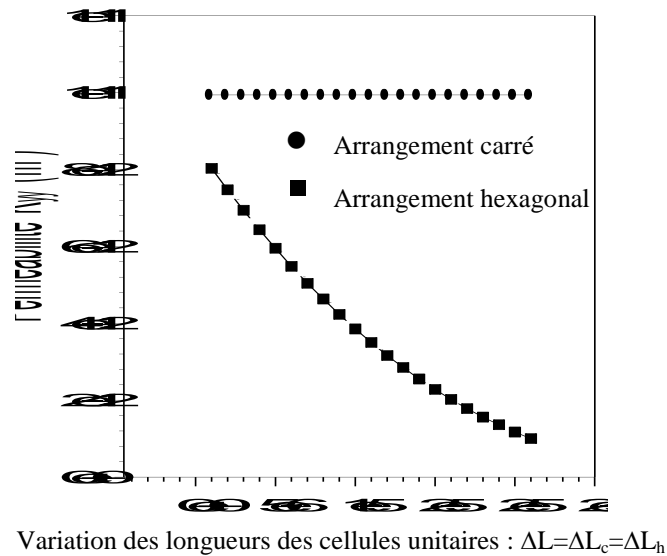


Figure 13: Courbe de variation de la perméabilité ' K_{yy} ' en fonction des variations des longueurs des cellules unitaires.

La compression des cellules unitaires suivant la direction 'y' entraîne la variation de la perméabilité ' K_{yy} ' du tissu UD seulement dans le cas de l'arrangement hexagonal (voir figure 13).

On constate que la compression suivant l'axe 'y' du tissu UD n'influe pas sur la perméabilité ' K_{yy} ' pour l'arrangement carré et le contraire pour l'arrangement hexagonal.

3.2.3 Perméabilité K_{zz}

Les perméabilités ' K_{zz} ' du tissu de fibres unidirectionnelles sont données par les expressions analytiques (52) et (55) respectivement pour les arrangements carré et hexagonal.

$$\begin{cases} K_{zz} = \frac{2}{c} \left[\frac{2[4(a+R)^2 - \pi R^2]}{\pi R} \right]^2 \left[1 - \frac{\pi R^2}{4(a+R)^2} \right] & \text{A. carré} \\ K_{zz} = \frac{2}{c} \left[\frac{4[\sqrt{3}(a+R)^2 - \pi R^2/2]}{\pi R} \right]^2 \left[1 - \frac{\pi R^2/2\sqrt{3}}{(a+R)^2} \right] & \text{A. hexagonal} \end{cases}$$

On constate que la perméabilité ' K_{zz} ' dépend des paramètres géométriques du tissu UD 'a' et 'R' et du facteur de forme 'c'. On trouve dans la littérature que ce dernier est égale à 57 et à 53 respectivement pour les arrangements carré et hexagonal.

Pour l'étude de l'effet de la compression du tissu UD sur la variation de ses perméabilités ' K_{xx} ' et ' K_{yy} ', on a étudié la compression des cellules unitaires correspondantes respectivement aux arrangements carré et hexagonal des fibres en compression suivant l'axe 'y', ainsi, on conserve les mêmes solutions analytiques des perméabilités avec variation du paramètre 'a'.

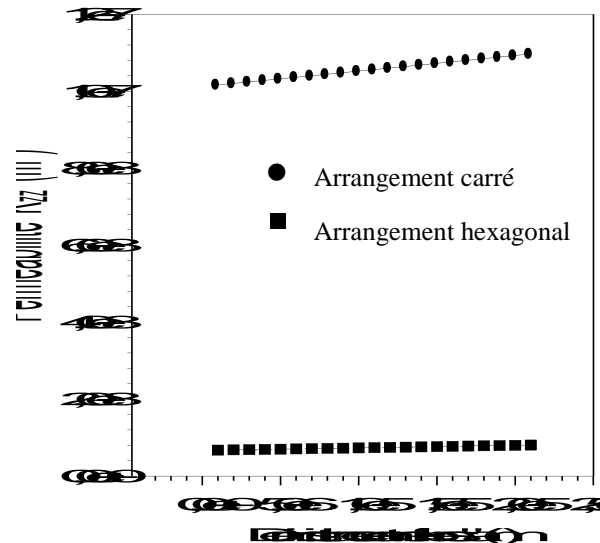


Figure 14. Courbe de variation de la perméabilité ' K_{zz} ' en fonction de la demi distance entre les fibres 'a'.

En revanche, pour l'étude de l'effet de la compression du tissu UD sur la variation de sa perméabilité ' K_{zz} ', si on comprime les cellules unitaires des deux arrangements (carré et hexagonal) suivant l'axe 'y', les solutions analytiques obtenues ne seront plus valables. Par conséquent, on tracera seulement l'évolution de ' K_{zz} ' en fonction de la demi-distance entre fibres 'a', ce qui correspond pratiquement à une compression biaxiale simultanée suivant les axes 'x' et 'y'. La figure 14 montre la variation des perméabilités ' K_{zz} ' pour les arrangements carré et hexagonal des fibres en fonction de 'a'.

4. INTERPRETATION ET CONCLUSION

La comparaison de nos résultats et ceux de Gebart [7] avec ceux des calculs numériques par éléments finis basés sur la résolution des équations de Stokes de Hoareau [15] permet de constater un faible écart entre les deux résultats. Il est dû aux approximations de la lubrification hydrodynamique appliquées dans le cas du calcul analytique et qui n'ont pas cours dans le calcul numérique (figure 15). Les valeurs analytiques et numériques des perméabilités sont aussi comparées aux mesures expérimentales réalisées par Goulay [14] (figure 15). On a constaté d'importants écarts qui sont dus à l'imprécision des dimensions du tissu ('R' et 'a') qui varie d'un tissu à l'autre. Par ailleurs, les mesures expérimentales des perméabilités intègrent des phénomènes parasites comme l'effet de bord

créant des écoulements préférentiels de la résine le long des parois du moule, et les fibres se déforment et se déplacent sous l'effet de l'écoulement de la résine,..etc.

La compression d'un tissu de fibres unidirectionnelles diminue considérablement sa perméabilité comme on l'a montré dans le paragraphe 3.

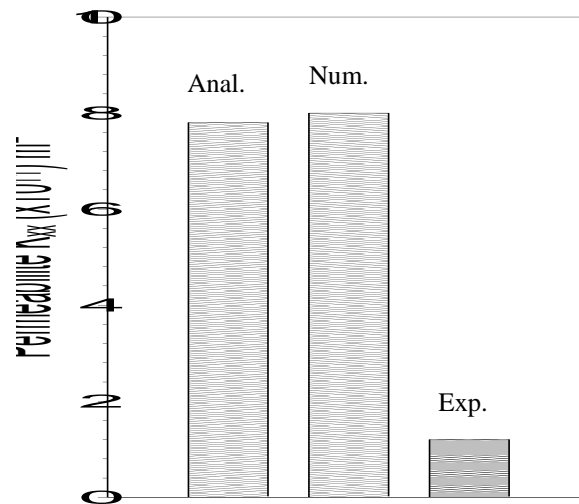


Figure 15: Comparaison des valeurs de la perméabilité ' K_{xx} ' analytique, numérique et expérimentale du tissu UD

On remarque aussi que pour la même distance entre fibres d'un tissu UD, l'arrangement carré des fibres donne une perméabilité supérieure à celle donnée par un arrangement hexagonal. En plus, sous l'effet d'une compression, la variation de la perméabilité du tissu UD pour un arrangement hexagonal est plus petite que celle pour un arrangement carré.

Par conséquent, pour atténuer l'effet de la compression d'un tissu UD sur la variation de sa perméabilité, il vaut mieux utiliser un arrangement hexagonal. Par ailleurs, si le tissu UD n'est pas soumis à une compression durant le procédé de fabrication, il est préférable d'utiliser l'arrangement carré car il offre une perméabilité plus grande.

REFERENCES

1. Binetruy C., Calcul et validation expérimentale de la perméabilité et prévision de l'imprégnation de tissus en moulage RTM , PhD Thesis, Ecole des Mines de Douai DGA/CREA, (1996).
2. Scott A.W. and Renata S.E., A Numerical Study of Non-isothermal Resin Flow in RTM with Heated Uniaxial Fibers, J. of Compos. Mater., vol. 28, N° 1, (1994).
3. Young W.B., Three-dimensional Non-isothermal Mold Filling Simulation in Resin Transfer Molding, Polym. Compos., vol. 15, N° 2, pp. 118-127, (1994).
4. Voller V.R. and Peng S. , An algorithm for Analysis of Polymer Filling of Molds, Polym. Eng. And Sci., vol. 35, N° 22, pp. 1758-1765, (1995).
5. Richardson Joseph G., Flow through porous media. Handbook of fluid Dynamics, section 16. Ed. Steeter V.L., (1961).

6. Carman P.C., Fluid Flow through granular beds, Trans. Inst. Chem. Eng. 15, pp. 157-182, (1937).
7. Gebart B. R., Permeability of unidirectional reinforcements for R.T.M., Journal of composite Materials, Vol. 26, N°2, pp. 1100-1133, (1992).
8. Pavel S. and Advani S.G., Permeability Model for a Woven fabric, Polymer composites, Vol. 17, N° 6, (1996).
9. Salem A.J. and R.S. Parnas, The unidirectional and radial inplane flow of fluids through woven composites reinforcements, Proceeding of the American Society for Composites, 6th Technical conference, 8^{ème} mois, pp. 1012-1021, (1991).
10. Brusckke M. V., A predictive Model for Permeability and non-isothermal Flow of viscous and Shear-Thinning Fluids in Anisotropic Fibrous Media, Ph. D., University of Delaware, Newark, DE, (1992).
11. Bréard J., Modélisation numérique de la phase de remplissage du procédé RTM et détermination expérimentale de la perméabilité d'un renfort fibreux, Thèse de l'université du Havre, (1997).
12. Gouley G., Pitard P., Pabiot J., Gerard A., Lory P., Bergeret W., Influence de la structure de composite sur les perméabilité longitudinales et transversales des renforts en moulage par R.T.M. Composites, N°3, pp.191-197, Mai, Juin (1993).
13. Gouley G. et Pabiot J., Les méthodes de détermination des perméabilités longitudinales appliquées à la technologie RTM , JNC AMAC. Saint Etienne. pp. 191-197, (1994).
14. Parnas Richard S. and Frederick R. Phelan Jr., The effects of heterogeneities in resin transfer molding preforms on mold filling, 36th International SAMPLE Symposium, pp. 506-520, (1991).
15. Hoareau C. et Vincent M.. « Calcul de la perméabilité de tissus et application au remplissage de moule en injection sur renfort ». JNC AMAC. Saint Etienne. pp. 25-33, (1994).