

Introduction :

Au début du siècle dernier, Lamb présentait les équations de dispersion des ondes se propageant dans une plaque élastique [1]. Cette découverte datant de 1917 allait entraîner de nombreuses applications dans différents domaines comme le contrôle non destructif des structures par exemple. Ces méthodes permettent de tester les structures sans provoquer de modifications irréversibles. Elles présentent donc un enjeu industriel important du point de vue économique. Les pièces testées peuvent être de nouveau utilisées lorsque aucun défaut n'a été détecté. Certaines méthodes de CND sont lourdes à mettre en œuvre et peuvent nécessiter des précautions d'emploi très contraignantes. La génération des ondes ultrasonores dans des matériaux peut alors apporter une solution à ces problèmes. Il existe en effet des procédés de génération ou de détection aisés et de récents développements dans le domaine des transducteurs ultrasonores à couplage par air permettant de réaliser facilement des contrôles sans contact avec les matériaux. Plusieurs types d'ondes peuvent être choisis selon les applications. Les ondes de volumes par exemple peuvent tester des échantillons en profondeur [2-4], les ondes de surface (ondes de Rayleigh), sont appropriées au contrôle des surfaces ou des interfaces entre les structures [5-7]. Les ondes guidées, sont indiquées lorsque de grandes structures doivent être contrôlées [8-9], et le potentiel des ondes de Lamb à détecter les défauts dans les plaques ou des conduites [10-12]. Elle permettent ainsi de réaliser des inspections rapides, sur site industriel et sont par exemple employées dans les industries pétrochimiques lors du contrôle des conduites de gaz ou de pétrole [13]. Les canalisations sont généralement enterrées et s'étendent sur plusieurs centaines de kilomètres et les ondes de Lamb constituent alors un moyen de les contrôler sur plusieurs dizaines de mètres sans les déterrées.

Les ondes de Lamb sont donc un outil performant pour contrôler les défauts dans les plaques.

La propagation des ondes de Lamb dans des structures présentant des défauts est un processus compliqué à comprendre et à interpréter. Les recherches actuelles développaient les mécanismes fondamentaux pour modéliser cette propagation. Une première approche consiste à résoudre analytiquement des équations différentielles associées de conditions aux limites. Ce modèle est simple à mettre en œuvre lorsque la géométrie est simple (plane ou annulaire) [14-15] et ne présentant aucun défauts. Cependant, cette approche devient difficile à manier lorsque la géométrie est compliquée ou elle contient un défaut.

Une deuxième approche pour résoudre ce problème est la recherche d'une solution numérique; l'avantage de cette approche est la possibilité de considérer des géométries complexes. Elle permet aussi la prise en compte de

défauts dans les structures étudiées. Deux méthodes sont applicables, la méthode des éléments finis (FE : Finite Element) ou la méthode des éléments finis de frontières (BE : Boundary Element). Cette dernière a l'avantage que seule la surface de la structure est discrétisée, et le problème pourra être simulé comme un problème mono dimensionnel. La méthode des éléments finis (FE) présente l'avantage majeur de la disponibilité de plusieurs codes de calcul numériques qui peuvent être utilisés aisément et sans avoir besoin à concevoir de nouveaux codes. Plusieurs logiciels ont été utilisés tels que Ansys [16], Abaqus [17], ...

Ces logiciels ont l'avantage d'être faciles à utiliser et possèdent des interfaces de poste traitements sophistiqués. Le choix du pas de temps et d'espace sont donc deux facteurs influençant les résultats. Des études antérieures [18] ont montré que les résultats obtenus sont très satisfaisants en choisissant judicieusement les pas temporel et spatial. Les fréquences utilisées en ultrason sont dans l'ordre de MHz. Ces hautes fréquences nécessitent des temps de calcul importants. Par exemple, pour une plaque de 40 mm de longueur et 2 mm d'épaisseur, le temps de calcul peut atteindre 24 heures [18], et 72 heures pour une plaque de 100x2 mm [16].

Ondes de Lamb :

Les ondes de Lamb sont des ondes guidées se propageant le long d'une plaque libre à surfaces parallèles. L'équation caractéristique des ondes de Lamb pour une plaque s'écrit :

$$\frac{\tan qd}{\tan sd} = - \left[\frac{4k^2qs}{(k^2 - s^2)^2} \right]^{\pm 1} \tag{1}$$

Où **+1** correspond aux ondes symétriques (S) et **-1** aux modes antisymétriques (A). Les nombres d'onde **k** vérifiant les équation (6) et (7) seront notés respectivement k_s et k_A .

La Fig. 1 représente les courbes de dispersion (longueur d'onde en fonction du produit fréquence épaisseur) d'une plaque en acier. Ces courbes sont obtenues par la résolution analytique de l'équation (1).

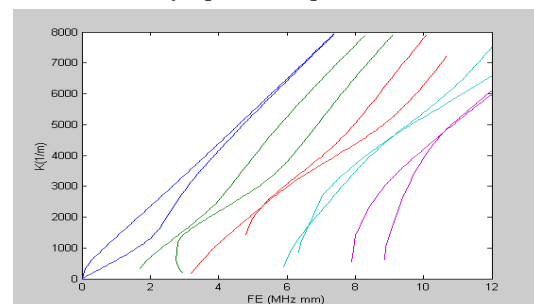


Fig.1 Courbes de dispersion d'une plaque en acier

Méthode des éléments finis (MEF)

Pour résoudre des problèmes n'ayant pas de solution analytique simple, on peut utiliser la méthode des éléments finis. Cette méthode consiste à réaliser des approximations des solutions par sous domaines. Un

problème défini pour un milieu continu peut donc être déterminé des solutions en des points particuliers de la structure discrétisée appelés nœuds.

Dans cette option nous avons utilisé le logiciel CASTEM de résolution par la méthode des éléments finis. Ce logiciel est particulièrement adapté pour mettre en œuvre la propagation des ondes élastiques dans une structure.

Les aspects généraux de la méthode des éléments finis (MEF) sont : la discrétisation d'un problème continu, l'élaboration des équations de base servant à la résolution du problème discret, et enfin, la résolution du problème proprement dit.

• **Discrétisation du problème**

Considérons le cas le plus général possible, à savoir un solide de volume V limité par une surface S . La discrétisation consiste à découper le volume V en des éléments volume V^e tels que :

$$V = \sum V^e$$

La relation liant $\{x\}$ à $\{x_n\}$ est notée : $\{x\} = [N]\{x_n\}$

De la même manière, nous pouvons déduire les déplacements $\{u\}$ en tout points de l'élément V^e tels que :

$$\{u^e\} = [N]\{u_n\} \tag{2}$$

Où

$$\{u_n\} = \{x_1 \ y_1 \ x_2 \ y_2 \ x_3 \ y_3 \ x_4 \ y_4\}^T \tag{3}$$

est le vecteur déplacement nodal.

Ainsi le problème continu devient un problème discret puisqu'il est réduit à la détermination des variables nodales.

• **Equation de base**

L'expression sous forme intégrale du principe des travaux virtuels traduit l'équilibre du solide soumis à l'action de forces de volume, notées f_v et de surfaces, notées f_s . Ce principe des travaux virtuels peut être appliqué à un élément particulier du solide élastique [19]. Ensuite, pour réaliser l'équilibre total du modèle et prendre en compte les différentes conditions aux limites de la structure, il faut assembler les contributions des différents éléments. Ainsi, on introduit les grandeurs globales définissant l'ensemble des déplacements nodaux $\{U\}$ de la structure soumise à l'ensemble des forces $\{F\}$.

Après la discrétisation spatiale de la structure en éléments, le mouvement d'un système non stationnaire s'écrit sous la forme matricielle :

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{F\} \tag{4}$$

Avec $[M]$ est la matrice masse, $[K]$ est la matrice rigidité, $\{U\}$ est le vecteur déplacement, $\{\ddot{U}\}$ est le vecteur accélération et $\{F\}$ est le vecteur force

• **Résolution numérique**

Le problème revient maintenant à rechercher $\{U\}$, à différents instants t , vérifiant l'équation du mouvement. La résolution numérique, d'après la documentation fournie avec le logiciel CASTEM [20] utilise la méthode de Newmark qui permet de construire la solution à l'instant $t + \Delta t$ à partir des vecteurs connus $\{U_t\}$, $\{\dot{U}_t\}$ et $\{\ddot{U}_t\}$ selon l'algorithme suivant:

$$\{\dot{U}_{t+\Delta t}\} = \{\dot{U}_t\} + \Delta t((1-a)\{\ddot{U}_t\} + a\{\ddot{U}_{t+\Delta t}\}) \tag{5}$$

$$\{U_{t+\Delta t}\} = \{U_t\} + \Delta t\{\dot{U}_t\} + \frac{\Delta t^2}{2}((1-b)\{\ddot{U}_t\} + b\{\ddot{U}_{t+\Delta t}\}) \tag{6}$$

a et b sont les paramètres d'intégration de Newmark.

Δt est le pas de temps utilisé pour la résolution numérique.

ainsi discrétisé. Par conséquent, le calcul est réduit à la Dans l'étude que nous allons mener, seul le pas temporel Δt est ajusté.

Le principe de la méthode des éléments finis étant posé, appliquons celle-ci au cas d'une plaque plane.

Résultats numériques et discussion

Considérons une plaque plane d'épaisseur 2mm et de longueur 100 mm ayant les propriétés mécaniques suivantes :

Module d'Young $E = 200 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$

Coefficient de Poisson $\nu = 0.29$

Densité volumique $\rho = 7850 \text{ Kg/m}^3$

La plaque est discrétisée par des éléments quadratiques à 4 nœuds.

Le modèle de déformation plane est choisi afin de résoudre l'équation (4).

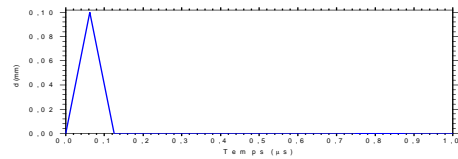


Fig. 2 Chargement appliqué à la plaque en fonction du temps

L'extrémité gauche de cette plaque est chargée par des conditions aux limites sous forme de déplacements imposés suivant x et y. La Fig. 2 représente la forme temporelle des déplacements appliqués à la plaque. Ces déplacements nous permettent de générer dans la plaque une multitude de modes Lamb.

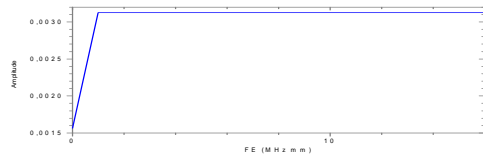


Fig.3 FFT du signal présenté dans la figure 3

La Fig. 3 montre la transformée de Fourier rapide (FFT) du signal présenté dans la Fig. 2. Le signal obtenu montre effectivement que l'excitation contient une infinité de fréquences permettant de générer dans la plaque un nombre important de modes de Lamb.

Plusieurs nœuds de la surface de la plaque sont considérés (50 nœuds). Ces nœuds sont équidistants ($\Delta x = 0.4 \text{ mm}$). Les évolutions des déplacements normaux U_2 de ces nœuds seront extraits d'une table de déplacement afin d'obtenir une image temps-espace. Ces résultats sont enregistrés dans une unité de masse à la fin du programme CASTEM afin de construire une interface entre le logiciel CASTEM et un code élaboré avec MATLAB.

De manière à comparer les résultats issus du code d'éléments finis à ceux de la méthode analytique, le code élaboré avec MATLAB permet d'appliquer deux transformées de Fourier successives (une temporelle, l'autre spatiale) aux résultats issus du code CASTEM afin de transformer les données temporelles en des données fréquentielles.

La Fig.4 représente le spectre (FE, k) obtenu par la FFT2D.

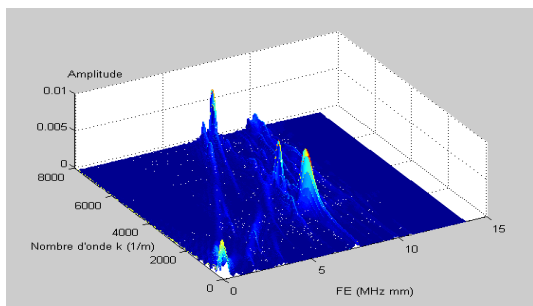


Fig. 4 Spectre obtenu par la FFT2D

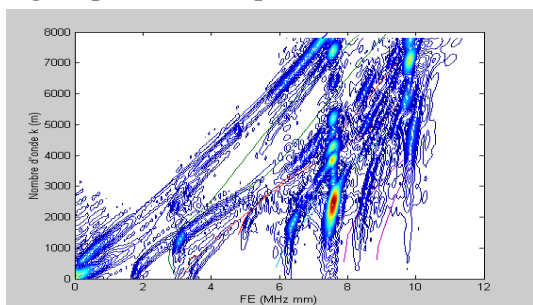


Fig. 5 Courbe de dispersion (FE,k)

La Fig.5 représente une combinaison des modes de Lamb issus de la solution exacte et les isocontours du spectre (FE,k) de la Fig.4.

Les résultats montrent qu'il y a une très bonne concordance entre les résultats obtenus par le code que nous avons développé sur CASTEM et ceux obtenus par la méthode analytique (exacte). Le logiciel CASTEM présente l'avantage d'être simple et gratuit et permet de résoudre un problème de propagation en un temps très réduit par rapport aux autres codes utilisés. Pour, par exemple une plaque de 100 mm de longueur et 2 mm d'épaisseur, le temps de calcul peut atteindre 72 heures pour ANSYS [16] et 10 min seulement pour CASTEM.

Conclusion

Nous avons proposé dans cet article un code de calcul, développé sur le logiciel CASTEM 2000, basé sur la méthode des éléments finis permettant de déterminer les courbes de dispersion d'une plaque plane en acier. Les résultats obtenus ont été comparés aux résultats analytiques exactes. La concordance est très bonne. De plus, le coût de calcul est largement inférieur à celui des autres logiciels tels que Ansys et Abaqus. En perspective de ce travail de recherche, nous envisageons la considération de structures plus complexes en présence de défauts.

Remerciements:

Nous remercions le Commissariat français à l'Energie Atomique (CEA) de nous avoir fourni le logiciel CASTEM2000.

Références

- [1] H. Lamb, On waves in an elastic plate, Proceeding of the Royal Society, A93, 114-128 (1917)
- [2] A. K. Mal, Interaction of elastic waves with a penny-shaped crack, Int. J. Engng Sci. 8, 381-388 (1970)
- [3] P. Calmon, A. Lhemery, I. Lecoœur-Taïbi et al. *Models for the computation of ultrasonic fields and their interaction with defects in realistic* NDT configurations, Nuclear Engineering and Design 180,271-283 (1998)

- [4] L. Goglio et M. Rossetto, *Ultrasonic testing of adhesive bonds of thin metal sheets*, NDT&E International 32,323-331 (1999)
- [5] Lord Rayleigh, On the Free *Vibrations of an Infinite Plate of Homogeneous Isotropic Matter*, Proc. Roy Soc., 224-234 (1889)
- [6] L. Buttin, A. Lhémy, et P. Calmon, *A model for predicting effects of surface wave propagation on the echo response from planar cracks*, Ultrasonics 36,133-140 (1998)
- [7] C. Pecorari, *Scattering of a Rayleigh wave by a surface-breaking with faces in partial contact*, Wave Motion 33,259-270 (2001)
- [8] S. K. Datta, C. M. Fortunko, et R. B. King, *Sizing of surface cracks in plate using SH waves*, Review of Progress in Quantitive NDE, DO Thompson and DE Chimenti (eds), Plenum Press, New York 1, 227-231 (1982)
- [9] J. L. Rose, S. P. Pelts, et J. L. Li, *Defect characterization using SH guided waves*, Review of Progress in Quantitive NDE, Do Thompson and DE Chimenti (eds), Plenum Press, New York 20 (A), 142-148 (2000)
- [10] K. Maslov et T. Kundu, *Selection of Lamb modes for detecting internal defects in composite laminates*, Ultrasonics 35, 141-150 (1997)
- [11] T. Ghsh, T. Kundo, et P. Karpur, Efficient use of *Lamb modes for detecting defects in large Plates*, Ultrasonics 36, 791-8001 (1998)
- [12] N. Bourasseau, E. Moulin, C. Delebarre et al., *Radome health monitoring with Lamb waves: experimental approach*, NDT&E International 33 (6), 393-400 (2000)
- [13] D. Alleyne, P. Cawley, A. M. Lank et al., *The Lamb wave inspection of chemical plant pipework*, Review of Progress in Quantitive NDE, DO Thompson and DE Chimenti (eds), Plenum Press, New York 16, 1261-1276 (1997)
- [14] Graff KF. *Wave motion in elastic solid* New York: Drover, (1975)
- [15] Victorov IA. *Rayleigh and Lamb waves: physical theory and application*. Moscow: Acoustics Institute, Academy of Science of the USSR (1967)
(Translated from Russian by Warren P. Mason)
- [16] F. Moser, L. J. Jacobs, J. Qu; *Modeling elastic wave propagation in wave guides with the finite element method*, NDT&E International 32 225-234 (1999)
- [17] C. Valle, M. Niethammer, J. Qu *Crack characterization using guided circumferential waves* J. Acoust. Soc. Am. Vol. 110, No.3. Pt. 1 Sep. (2001)
- [18] N. Wilkie-Chancelier. *Réflexion et conversion d'une onde de Lamb à l'extrémité biseautée d'une plaque*. Thèse de Docteur Université du Havre Juillet (2003)
- [19] G. Dhatt, G. Touzot. *Une représentation de la méthode des éléments finis*. Deuxième édition (1984)
- [20] E. Le Fichou. *Présentation et utilisation de CASTEM 2000*. ENSTA-LME 16 Avril (1998)